

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI A VIII-A

Anul școlar 2009 – 2010

Probă scrisă la MATEMATICĂ

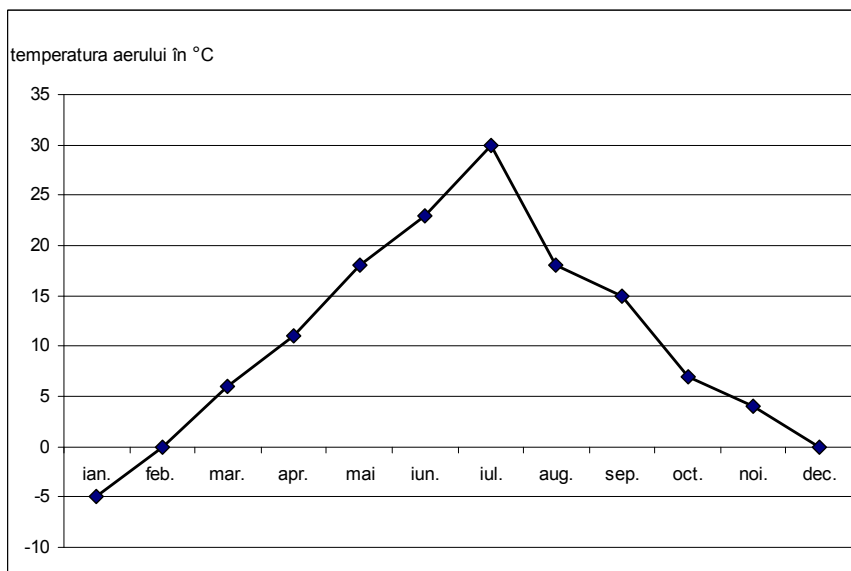
Varianta 7

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $624 : 3$  este egal cu ....
- 5p 2. Inversul numărului  $\frac{2}{3}$  este egal cu ....
- 5p 3. Fie mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 3\}$ . Scrisă sub formă de interval mulțimea  $A$  este egală cu ....
- 5p 4. Un romb  $ABCD$  are diagonalele  $AC = 5$  cm și  $BD = 4$  cm. Aria rombului este egală cu ... cm<sup>2</sup>.
- 5p 5. O prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  are ca baze triunghiurile echilaterale  $ABC$  și  $A'B'C'$ . Dacă  $AB = AA' = 4$  m, atunci suma lungimilor tuturor muchiilor prisme este egală cu ... m.
- 5p 6. În graficul de mai jos, diferența dintre temperatura cea mai mare și cea mai mică este egală cu ... °C.



SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată de vârf  $S$  și bază  $ABC$ .
- 5p 2. Media aritmetică a două numere naturale este 17,5 și unul dintre numere este 7. Determinați al doilea număr.
3. Prețul unui telefon mobil a scăzut cu 10% și, după o săptămână, noul preț a scăzut cu încă 10%. După cele două modificări de preț, telefonul costă 81 de lei.
- 5p a) Arătați că prețul inițial al telefonului a fost de 100 de lei.
- 5p b) Cu ce procent din prețul inițial s-a micșorat prețul produsului după cele două ieftiniri?
- 5p 4. Determinați valoarea numărului real  $a$  știind că punctul  $A(2; a)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (2 - a) \cdot x + 2$ .
- 5p 5. Simplificați raportul  $\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 10x + 25}$  cu  $x = 5$ , unde  $x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. Figura 1 reprezintă schița unui cort în formă de prismă dreaptă care are ca baze triunghiurile echilaterale  $ABC$  și  $DEF$ . Se știe că  $BC = 2$  m și  $CF = 3$  m.

5p a) Calculați distanța de la punctul  $A$  la planul  $(BCE)$ .

5p b) Calculați volumul cortului.

5p c) Verificați dacă, pentru confecționarea cortului, sunt suficienți  $22$  m<sup>2</sup> de pânză specială (toate fețele cortului sunt din pânză, inclusiv podeaua).

2. Figura 2 reprezintă schița unui teren a cărui arie este de 8 hectare.

5p a) Exprimați aria terenului în m<sup>2</sup>.

Pe acest teren, se sapă un șanț  $[BP]$  pentru canalizare ( $P \in AD$ ). Unghiurile  $ABP$  și  $PBC$  sunt congruente. Valoarea raportului dintre aria triunghiului  $ABP$  și aria dreptunghiului  $ABCD$  este  $0,25$ .

5p b) Arătați că  $BC = 2AB$ .

5p c) Calculați lungimea, exprimată în metri, a șanțului  $[BP]$  și aproximați rezultatul cu cel mai apropiat număr natural.

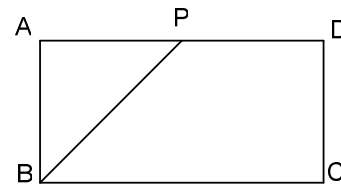
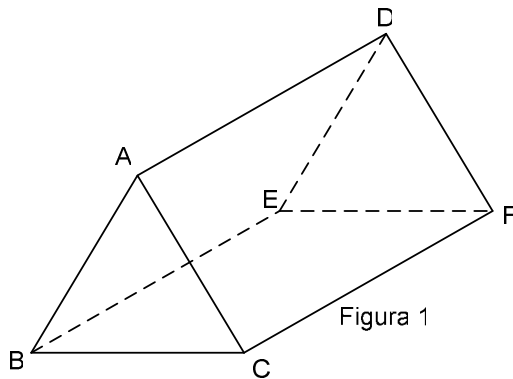


Figura 2

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI A VIII-A**  
**Anul școlar 2009 – 2010**  
**Probă scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 7**

**BAREM DE CORECTARE ȘI DE NOTARE**

**SUBIECTUL I**

- ◆ Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- ◆ Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- ◆ Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.
- ◆ Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

**30 de puncte**

1.	208	5p
2.	$\frac{3}{2}$	5p
3.	$[0,3]$	5p
4.	10	5p
5.	36	5p
6.	35	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**30 de puncte**

1.	Desenează piramida Notează piramida	4p 1p
2.	$m_a = \frac{a+b}{2}$ Suma numerelor este 35 Celălalt număr este $35 - 7 = 28$	1p 2p 2p
3.	a) Notăm cu $x$ prețul înainte de reduceri. $90\% \cdot 90\% x = 81$ Rezolvarea ecuației: $x = 100$ lei b) $p\%$ din 100 = 81 lei $p = 81$ Deci prețul după cele două reduceri s-a micșorat cu 19 %	3p 2p 1p 2p 2p
4.	$f(2) = a$ $f(2) = 6 - 2a$ $6 - 2a = a \Rightarrow a = 2$	1p 2p 2p
5.	$x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$ $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$ $\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 10x + 25} = \frac{x + 3}{x - 5}$	2p 2p 1p

**SUBIECTUL al III-lea**

**30 de puncte**

1.	a) Fie $M$ mijlocul muchiei $[BC]$ . $AM$ este distanța de la punctul $A$ la planul $(BCE)$ $AM = \sqrt{3}$ m b) $A_b = \sqrt{3}$ m <sup>2</sup>	2p 3p 2p
----	--	----------------

$V_{\text{prismă}} = 3\sqrt{3} \text{ m}^3$ ( <b>1p</b> pentru formulă)	<b>3p</b>
<b>c)</b> Aria totală a cortului $= 18 + 2\sqrt{3} \text{ m}^2$	<b>3p</b>
$18 + 2\sqrt{3} = 18 + \sqrt{12} < 18 + \sqrt{16} = 22$ , deci sunt suficienți $22 \text{ m}^2$ de pânză	<b>2p</b>
<b>2. a)</b> $1 \text{ ha} = 10000 \text{ m}^2$	<b>2p</b>
$8 \text{ ha} = 80000 \text{ m}^2$	<b>3p</b>
<b>b)</b> $\triangle ABP$ isoscel	<b>1p</b>
$A_{ABP} = \frac{AB^2}{2}$	<b>1p</b>
$A_{ABCD} = AB \cdot BC$	<b>1p</b>
$\frac{A_{ABP}}{A_{ABCD}} = \frac{1}{4}$	<b>1p</b>
Finalizare	<b>1p</b>
<b>c)</b> $2AB^2 = 80000$	<b>1p</b>
$AB = 200 \text{ m}$	<b>1p</b>
Din teorema lui Pitagora rezultă $BP = 200\sqrt{2} \text{ m}$	<b>2p</b>
$BP \approx 283 \text{ m}$	<b>1p</b>



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI A VIII-A

Anul școlar 2009 – 2010

Probă scrisă la MATEMATICĂ

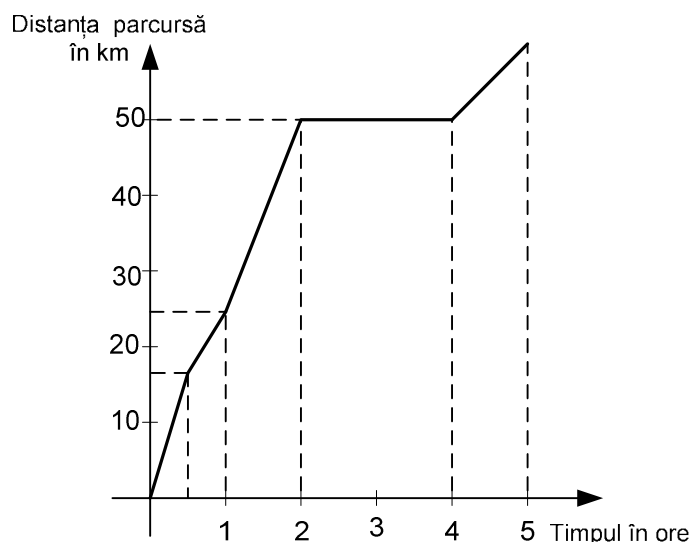
Varianta 5

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $2 + 4 : 2$  este egal cu ....
- 5p 2. Media aritmetică a numerelor 2 și 8 este egală cu ....
- 5p 3. Dacă  $A = \{1; 2; 3\}$  și  $B = \{3; 4\}$ , atunci mulțimea  $A \cap B$  este egală cu  $\{\dots\}$ .
- 5p 4. Un triunghi echilateral are latura de 4 m. Aria triunghiului este egală cu ... m<sup>2</sup>.
- 5p 5. O prismă dreaptă are ca baze triunghiurile echilaterale  $ABC$ , respectiv  $A'B'C'$ . Măsura unghiului dintre dreptele  $AB$  și  $B'C'$  este egală cu ... °.
- 5p 6. Figura de mai jos reprezintă graficul deplasării unui vehicul pe parcursul a 5 ore. În această perioadă, vehiculul staționează timp de ... ore.



SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată de vârf  $S$  și bază  $ABC$ .
- 5p 2. Un elev cumpără 10 cărți, de literatură și de matematică. El plătește 9 lei pentru o carte de literatură și 7 lei pentru o carte de matematică, cheltuind astfel 76 lei. Câte cărți de matematică a cumpărat elevul?
3. O persoană are o sumă  $S$  de bani. În prima zi cheltuiește 30% din suma  $S$ , a doua zi cheltuiește 40% din suma  $S$ , iar a treia zi cheltuiește  $\frac{1}{4}$  din suma  $S$ .
- 5p a) În ce zi cheltuiește cel mai puțin persoana respectivă?
- 5p b) Persoanei îi rămân 100 de lei după cele 3 zile. Determinați valoarea sumei  $S$ .
- 5p 4. Reprezentați grafic funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x + 1$ .
- 5p 5. Arătați că numărul  $p = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{2}) - \sqrt{5}(\sqrt{2} - 2\sqrt{5})$  este natural.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Figura 1 reprezintă schița unui bazin în formă de paralelipiped dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$ . Baza  $ABCD$  are  $AB = 12$  m și  $BC = 4$  m, iar înălțimea paralelipipedului este  $AA' = 3$  m.
- 5p a) Calculați distanța dintre punctele  $A$  și  $C'$ .

- 5p** b) Calculați aria laterală a bazinului.
- 5p** c) În bazin se află 96000 litri de apă. Calculați înălțimea la care se ridică apa în bazin.
2. Figura 2 reprezintă schița unui patinoar format dintr-un dreptunghi  $MNPQ$  care are lungimea  $MN$  de 40 m și lățimea de 30 m și din două semicercuri de diametre  $[MQ]$ , respectiv  $[NP]$ .
- 5p** a) Patinoarul este înconjurat de un gard. Calculați lungimea gardului care înconjoară patinoarul.
- 5p** b) Verificați dacă aria patinoarului este mai mică decât  $2000 \text{ m}^2$ . ( $3,14 < \pi < 3,15$ )
- 5p** c) Un patinator parcurge distanțele  $AB$ ,  $BC$  și  $CA$ . Punctele  $B$  și  $C$  sunt mijloacele segmentelor  $[MQ]$ , respectiv  $[NP]$  și  $A$  este mijlocul segmentului  $[PQ]$ . Calculați valoarea sinusului unghiului  $ABC$ .

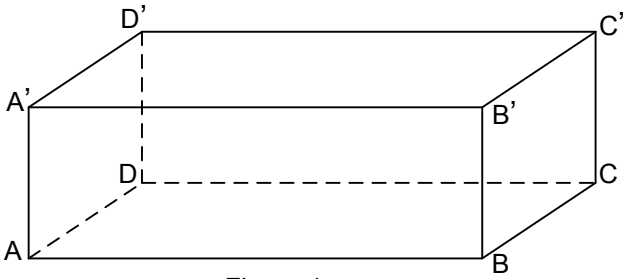


Figura 1

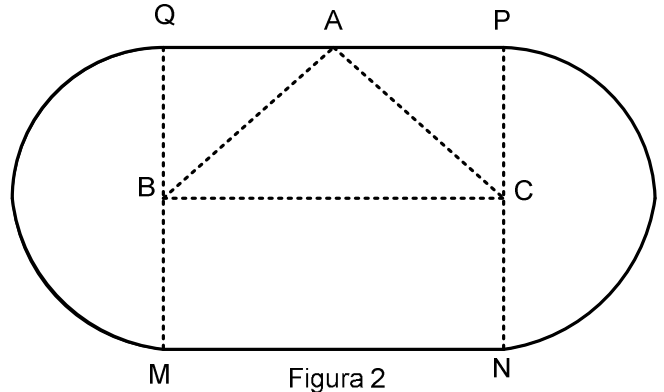


Figura 2

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI A VIII-A**  
**Anul școlar 2009 – 2010**  
**Probă scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 5**

**BAREM DE CORECTARE ȘI DE NOTARE**

**SUBIECTUL I**

- ◆ Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- ◆ Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- ◆ Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.
- ◆ Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

**30 de puncte**

1.	4	5p
2.	5	5p
3.	3	5p
4.	$4\sqrt{3}$	5p
5.	60	5p
6.	2	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**30 de puncte**

1.	Desenează piramida Notează piramida	4p 1p
2.	$\begin{cases} 9l + 7m = 76 \\ l + m = 10 \end{cases}$ $9(10 - m) + 7m = 76$ $m = 7$	2p 1p 2p
3.	a) $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$ $25 < 30 < 40$ Persoana cheltuiește cel mai puțin în a treia zi	2p 2p 1p
	b) Persoana cheltuiește 95 % din S, deci îi rămân 5 % din S $5\% \text{ din } S = 100$ $S = 2000 \text{ lei}$	2p 1p 2p
4.	$f(0) = 1 \Rightarrow A(0;1)$ $f(1) = 0 \Rightarrow B(1;0)$ Trasarea graficului funcției (dreapta AB)	2p 2p 1p
5.	$(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 = 7 + 2\sqrt{10}$ $p = 7 + 2\sqrt{10} - \sqrt{10} - 2 - \sqrt{10} + 10$ $p = 15 \in \mathbb{N}$	2p 2p 1p

**SUBIECTUL al III-lea**

**30 de puncte**

1.	a) $AC'^2 = AB^2 + BC^2 + CC'^2$ $AC' = 13 \text{ m}$	2p 3p
	b) Aria laterală = $P_b \cdot h$ $P_b = 32 \text{ m}$ Aria laterală = $96 \text{ m}^2$	2p 2p 1p
	c) $96000 \text{ litri} = 96000 \text{ dm}^3 = 96 \text{ m}^3$ $48 \cdot h_{ap\grave{a}} = 96$ $h_{ap\grave{a}} = 2 \text{ m}$	1p 2p 2p
2.	a) Raza cercului = $15 \text{ m}$ Lungimea celor două semicercuri este egală cu lungimea unui cerc. Lungimea cercului = $2\pi R$ Lungimea gardului = $(30\pi + 80) \text{ m}$	1p 2p 2p
	b) Aria dreptunghiului = $1200 \text{ m}^2$ Aria celor două semicercuri = $225\pi \text{ m}^2$ Aria patinoarului = $(1200 + 225\pi) \text{ m}^2$ $1200 + 225\pi < 1200 + 225 \cdot 3,15 < 2000$	1p 1p 1p 2p
	c) Triunghiul $ABC$ este isoscel $\sin(\sphericalangle ABC) = \sin(\sphericalangle ABO) = \frac{AO}{AB}$ , unde $O$ este mijlocul laturii $[BC]$ $AO = 15 \text{ m}$ Din teorema lui Pitagora rezultă $AB = 25 \text{ m}$ $\sin(\sphericalangle ABC) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$	1p 1p 1p 1p 1p

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI A VIII-A

Anul școlar 2010 – 2011

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 8

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $6+16:4$  este egal cu ....
- 5p 2. Într-o urnă sunt 7 bile albe și 3 bile albastre. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie albastră este egală cu ....
- 5p 3. Trei kilograme de mere costă 7,5 lei. Patru kilograme de mere de aceeași calitate costă ... lei.
- 5p 4. Un dreptunghi are lungimea de 8 cm și lățimea egală cu  $\frac{3}{4}$  din lungime. Lățimea dreptunghiului este de ... cm.
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentată o prismă triunghiulară dreaptă  $ABCA'B'C'$  care are toate fețele laterale pătrate. Măsura unghiului dintre dreptele  $AB'$  și  $CC'$  este egală cu ... °.

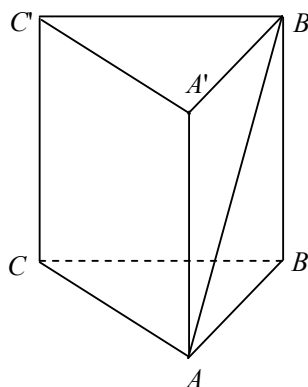


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos este prezentată repartiția elevilor unei școli după notele obținute la un concurs.

Note	mai mici decât 5	5 – 5,99	6 – 6,99	7 – 7,99	8 – 8,99	9 – 9,99	10
Nr. de elevi	8	12	25	20	15	8	2

Numărul elevilor care au obținut o notă mai mică decât 7 este egal cu ....

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată de vârf  $V$  și bază  $ABC$ .
- 5p 2. Determinați perechile de numere naturale  $(a, b)$  pentru care are loc egalitatea  $\frac{a-1}{2} = \frac{3}{b+1}$ .
- 5p 3. Prețul unui televizor s-a mărit cu 10%. După un timp, noul preț al televizorului s-a micșorat cu 10%. După aceste două modificări televizorul costă 1980 lei. Determinați prețul inițial al televizorului.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x + 2$ .
- 5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$ .
- 5p b) Determinați coordonatele punctului care are abscisa egală cu ordonata și aparține graficului funcției  $f$ .

5p 5. Arătați că numărul  $a = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (5 - \sqrt{6}) + (\sqrt{2} - 1)^2 - 3\sqrt{3}$  este natural.

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)**

1. Prisma patrulateră dreaptă  $ABCD A' B' C' D'$  cu bazele pătrate (Figura 2), reprezintă schematic un suport pentru umbrele. Segmentul  $[AP]$  reprezintă o umbrelă care se sprijină în punctul  $C'$ . Se știe că  $AB = 30$  cm,  $AC = CC'$  și  $AP = 90$  cm.

5p a) Calculați înălțimea suportului.

5p b) Determinați măsura unghiului dintre dreapta  $AP$  și planul  $(ABC)$ .

5p c) Determinați distanța de la punctul  $P$  la planul  $(ABC)$ .

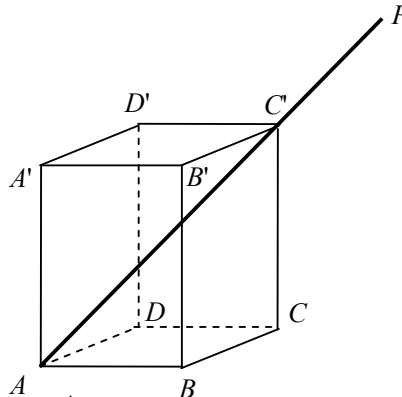


Figura 2

2. Figura 3 reprezintă schița unei grădini dreptunghiulare în care sunt plantate flori în trei zone, una în formă de cerc și două în formă de semicerc, care intersectează laturile  $[AD]$  și  $[BC]$  doar în punctele  $A, B, C, D, E$  și  $F$ . Zona circulară intersectează cele două zone semicirculare doar în punctele  $M$  și  $N$ . Se știe că  $AB = 16$  m.

5p a) O albină așezată pe o floare situată în mijlocul diametrului  $[AB]$  zboară în linie dreaptă, mai întâi până la o floare situată în punctul  $M$ , apoi mai departe, tot în linie dreaptă, până la o floare situată în punctul  $D$ . Calculați distanța parcursă de albină.

5p b) Calculați aria suprafeței din grădină plantată cu flori.

5p c) Arătați că aria suprafeței reprezentată de porțiunea hașurată este mai mică decât  $111 \text{ m}^2$ .  
( $3,14 < \pi < 3,15$ )

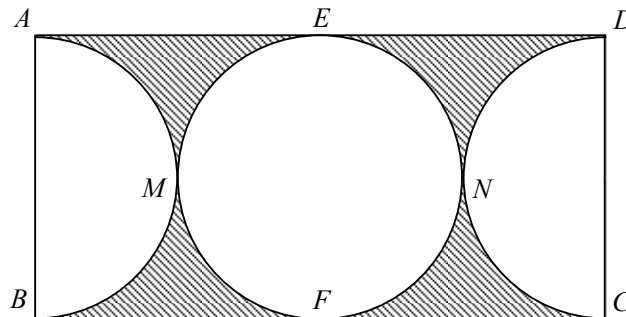


Figura 3

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI A VIII-A**

**Anul școlar 2010 – 2011**

**Probă scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 8**

**BAREM DE CORECTARE ȘI DE NOTARE**

**SUBIECTUL I**

- ◆ Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- ◆ Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.
- ◆ Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

**30 de puncte**

1.	10	5p
2.	$\frac{3}{10}$	5p
3.	10	5p
4.	6	5p
5.	45	5p
6.	45	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**30 de puncte**

1.	Desenează piramida Notează piramida	4p 1p
2.	$(a-1)(b+1)=6 \Rightarrow b+1 \in D_6$ Cum $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow (a, b) \in \{(2,5);(3,2);(4,1);(7,0)\}$	2p 3p
3.	Se notează cu $x$ prețul inițial al televizorului; prețul după scumpire este $x + 10\%x = \frac{11}{10}x$	1p
	Prețul după ieftinire este $\frac{11}{10}x - 10\% \left( \frac{11}{10}x \right) = \frac{99}{100}x$	2p
	$\frac{99}{100}x = 1980$	1p
	$x = 2000$ lei	1p
4.	a) Reprezentarea corectă a unui punct care aparține graficului funcției Reprezentarea corectă a altui punct care aparține graficului funcției Trasarea graficului funcției	2p 2p 1p
	b) Fie punctul $M(a, a)$ . Avem $f(a) = a$ și $f(a) = -a + 2$ Finalizare: ambele coordonate sunt egale cu 1	3p 2p
5.	$(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (5 - \sqrt{6}) = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$	2p
	$(\sqrt{2} - 1)^2 = 3 - 2\sqrt{2}$	2p
	$a = 3 \in \mathbb{N}$	1p

**SUBIECTUL al III-lea**

**30 de puncte**

1.	a) $AC^2 = 2AB^2 \Rightarrow AC^2 = 1800$	2p
	$CC' = AC = 30\sqrt{2}$ cm	3p
	b) $\sphericalangle(AP, (ABC)) \equiv \sphericalangle PAC$	2p
	$\Delta ACC'$ este dreptunghic isoscel	1p
	$m(\sphericalangle AP, (ABC)) = 45^\circ$	2p
	c) Fie $PT \perp (ABC)$ și cum $A, C', P$ sunt puncte coliniare rezultă că $T \in AC$	1p
2.	În $\Delta APT$ , $\sin 45^\circ = \frac{PT}{AP}$	2p
	$PT = 45\sqrt{2}$ cm	2p
	a) $OM = 8$ , unde $O$ este mijlocul diametrului $[AB]$	1p
	$MD = \sqrt{8^2 + 24^2} = 8\sqrt{10}$ m	3p
	Distanța parcursă de albină este de $(8 + 8\sqrt{10})$ m	1p
	b) Sunt 2 cercuri fiecare cu raza $r = 8$ m	2p
Aria suprafeței plantate cu flori este egală cu $A = 2\pi r^2 = 128\pi$ m <sup>2</sup>	3p	
c) Aria dreptunghiului este egală cu 512 m <sup>2</sup>	2p	
Aria porțiunii hașurate este egală cu $128 \cdot (4 - \pi)$ m <sup>2</sup>	1p	
$\pi > 3,14 \Rightarrow 4 - \pi < 0,86 \Rightarrow 128(4 - \pi) < 111$ m <sup>2</sup>	2p	



EVALUARE NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a  
Anul școlar 2010 – 2011  
Probă scrisă la MATEMATICĂ

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Dacă  $31 - 7 + 9 - x = 20$ , atunci numărul  $x$  este egal cu ....
- 5p 2. Un biciclist urcă o pantă în 20 de minute. La coborârea aceleiași pante, biciclistul își dublează viteza. Timpul în care biciclistul coboară panta este de ... minute.
- 5p 3. După o reducere cu 15%, un penar costă 34 lei. Prețul inițial al penarului a fost de ... lei.
- 5p 4. Un dreptunghi cu lungimea de 9 cm și lățimea egală cu  $\frac{2}{3}$  din lungime are aria egală cu ...  $\text{cm}^2$ .
- 5p 5. Se consideră cubul *ALGORITM* din Figura 1. Măsura unghiului dintre dreptele  $AM$  și  $LG$  este egală cu ...  $^\circ$ .

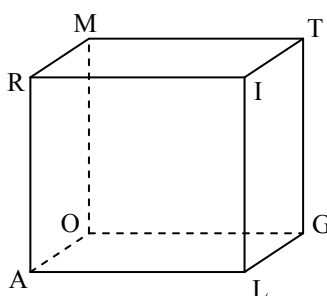
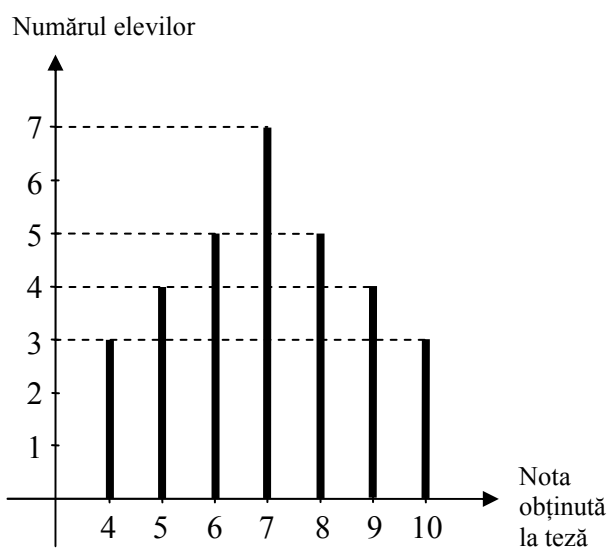


Figura 1

- 5p 6. În graficul de mai jos sunt reprezentate rezultatele obținute de toți elevii unei clase la teza din semestrul al II-lea la matematică. Numărul elevilor din acea clasă este egal cu ....



**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată care are baza  $ABCD$  și vârful  $V$ .
- 5p** 2. Se consideră mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{R} / |3x - 2| \leq 4\}$ . Enumerați elementele mulțimii  $A \cap \mathbb{N}$ .
- 5p** 3. Din dublul unui număr necunoscut se scade  $0,(3)$ . Diferența obținută se împarte la  $1,4(6)$  și se obține rezultatul  $0,(45)$ . Determinați numărul necunoscut.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -2x + 5$ .
- 5p** a) Reprezentați grafic funcția  $f$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $m$  pentru care punctul  $A(m, -1)$  este situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** 5. Arătați că numărul  $a = \left(\frac{1}{2} - \sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)^2 + (1 - \sqrt{5}) \cdot (1 + \sqrt{5})$  este întreg.

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)**

1. Un vas în formă de cub cu lungimea muchiei de 1m este plin cu apă. Se golește toată apa din vasul cubic într-un vas în formă de paralelipiped dreptunghic care are înălțimea de 10 dm, iar dimensiunile bazei de 25dm și de 8 dm.
- 5p** a) Calculați câți litri de apă sunt în vasul cubic.
- 5p** b) Calculați aria laterală a vasului paralelipipedic.
- 5p** c) Calculați înălțimea la care se ridică apa în vasul paralelipipedic.
2. Figura 2 reprezintă schița unui rond de flori, circular, care se află în interiorul unei grădini dreptunghiulare și care este tangent laturilor  $(AB)$  și  $(CD)$  ale grădinii în punctele  $M$ , respectiv  $N$ . Se știe că:  $AB = 9\text{ m}$  și  $BC = 6\text{ m}$ .
- 5p** a) Calculați aria rondului.
- 5p** b) Verificați dacă aria porțiunii hașurate este mai mică decât aria rondului circular. ( $3,14 < \pi < 3,15$ )
- 5p** c) Arătați că, oriunde am planta doi copaci în zona hașurată a grădinii, distanța dintre aceștia este mai mică decât 11m.

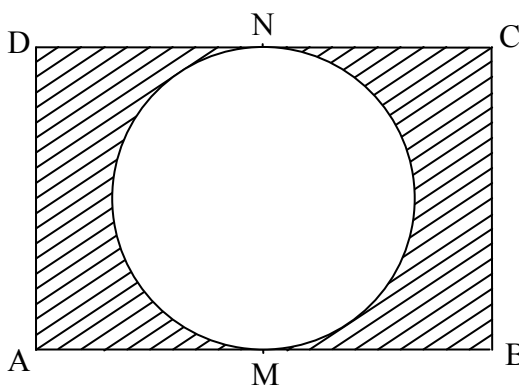


Figura 2

**EVALUARE NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2010 - 2011**  
**Probă scrisă la MATEMATICĂ**

Model

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**SUBIECTUL I**

- ◆ Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- ◆ Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- ◆ Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.
- ◆ Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	13	5p
2.	10	5p
3.	40	5p
4.	54	5p
5.	45	5p
6.	31	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	Desenează piramida Notează piramida	4p 1p
2.	$-4 \leq 3x - 2 \leq 4$ $-\frac{2}{3} \leq x \leq 2$ $A \cap \mathbb{N} = \{0, 1, 2\}$	2p 1p 2p
3.	Se notează cu $x$ numărul necunoscut; $2x - 0, (3) = \frac{6x - 1}{3}$ $1,4(6) = \frac{22}{15}$ $0,(45) = \frac{5}{11}$ $\frac{6x - 1}{3} \cdot \frac{15}{22} = \frac{5}{11}$ $x = \frac{1}{2}$	1p 1p 1p 1p 1p
4.	a) Alegerea corectă a două puncte care aparțin graficului Trasarea graficului funcției	4p 1p
	b) $A(m, -1) \in G_f \Leftrightarrow f(m) = -1$ $f(m) = -2m + 5$ $-2m + 5 = -1$ $m = 3$	2p 1p 1p 1p

Probă scrisă la **Matematică**  
Barem de evaluare și de notare

5.	$\left(\frac{1}{2} - \sqrt{3}\right)^2 = \frac{1}{4} - \sqrt{3} + 3$	1p
	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)^2 = \frac{3}{4} + \sqrt{3} + 1$	1p
	$(1 - \sqrt{5}) \cdot (1 + \sqrt{5}) = -4$	1p
	$a = 1 \in \mathbb{Z}$	2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) Lungimea muchiei cubului este egală cu 10 dm	2p
	$V_{cub} = V_{apă} = 1000 \text{ dm}^3$	2p
	$V_{apă} = 1000 \text{ litri}$	1p
	b) $P_b = 66 \text{ dm}$	2p
	Aria laterală $A_l = P_b \cdot h = 660 \text{ dm}^2$	3p
	c) Notăm cu $h$ înălțimea cerută și astfel volumul apei este $V_{apă} = 25 \cdot 8 \cdot h = 1000 \text{ dm}^3$	3p
	$h = 5 \text{ dm}$	2p
2.	a) Raza rondului este $r = 3 \text{ m}$	2p
	Aria rondului este egală cu $\pi r^2 = 9\pi \text{ m}^2$	3p
	b) Aria dreptunghiului este egală cu $54 \text{ m}^2$	2p
	Aria porțiunii hașurate este egală cu $(54 - 9\pi) \text{ m}^2$	1p
	Justificarea faptului că $54 - 9\pi < 9\pi$	2p
	c) Cea mai mare distanță dintre două puncte ale dreptunghiului este lungimea diagonalei $[AC]$	2p
Folosind teorema lui Pitagora se obține $AC = \sqrt{117} \text{ m}$	2p	
Finalizare: $\sqrt{117} < \sqrt{121} = 11$	1p	

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2011 - 2012

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $12 + 12 : 4$  este egal cu ... .
- 5p 2. Media aritmetică a numerelor 7 și 23 este egală cu ... .
- 5p 3. Se consideră mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x \leq 4\}$ . Mulțimea  $A$  este egală cu intervalul ... .
- 5p 4. Perimetrul unui romb cu latura de 4 cm este egal cu ... cm.
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentat cubul  $ABCDEFGH$  cu muchia de 5 cm. Aria totală a cubului este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .

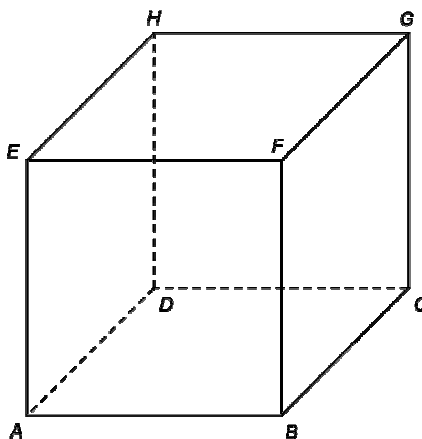
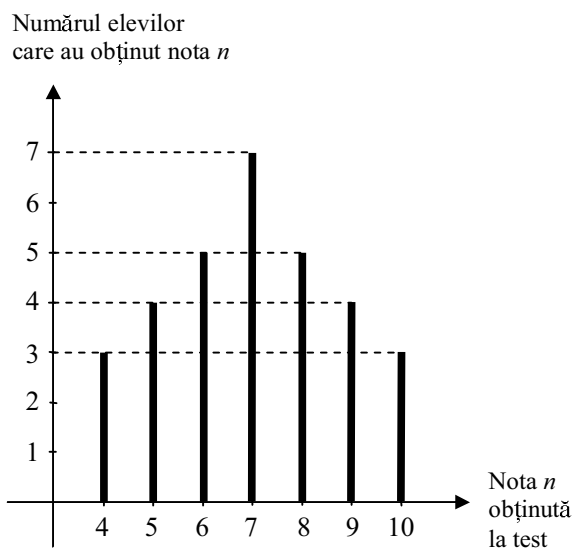


Figura 1

- 5p 6. În diagrama de mai jos sunt reprezentate rezultatele obținute de elevii unei clase la un test. Numărul elevilor din clasă care au obținut la test cel puțin nota 8 este egal cu ... .



SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată de vârf  $V$  și bază  $ABCD$ .
- 5p 2. Se consideră numerele  $a = \frac{4}{\sqrt{5} + 1}$  și  $b = \sqrt{15} : \sqrt{3} + 1$ . Calculați media geometrică a celor două numere.

- 5p 3. Într-o clasă sunt 26 de elevi. Dacă din clasă ar pleca două fete și trei băieți, atunci numărul fetelor ar fi egal cu dublul numărului băieților. Determinați numărul fetelor din clasă.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -2x + 3$ .
- 5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  în sistemul de coordonate  $xOy$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $a$  pentru care punctul  $A(a, -a)$  aparține graficului funcției  $f$ .
- 5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left(1 + \frac{2-x}{x+1}\right) : \frac{x-1}{(2x+1)^2 - (x+2)^2}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq 1$  și  $x \neq -1$ . Arătați că  $E(x) = 9$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq 1$  și  $x \neq -1$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)**

1. O vază are forma unei prisme drepte cu baza pătrat. Înălțimea vazei este de 40 cm, iar latura bazei este de 10 cm. În vază se toarnă trei litri de apă.
- 5p a) Calculați aria laterală a vazei.
- 5p b) Determinați înălțimea la care se ridică apa în vază.
- 5p c) În vază se introduc patru cuburi din piatră, fiecare cub având muchia de 4 cm. Determinați cu câți centimetri crește nivelul apei din vază, după introducerea celor patru cuburi din piatră.
2. În Figura 2 este reprezentată schematic o placă de gresie în formă de dreptunghi, cu  $AB = 28$  cm și  $BC = 21$  cm.

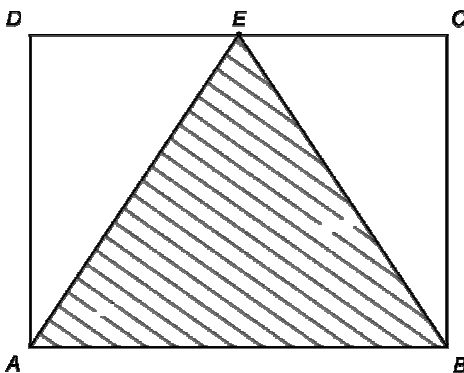


Figura 2

- 5p a) Calculați lungimea segmentului  $(DB)$ .
- 5p b) Determinați aria triunghiului  $EAB$ , unde  $E$  este mijlocul laturii  $(CD)$ .
- 5p c) Arătați că sinusul unghiului  $AEB$  este egal cu  $\frac{12}{13}$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2011 - 2012**

**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 2**

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	15	5p
2.	15	5p
3.	$(-\infty, 2]$	5p
4.	16	5p
5.	150	5p
6.	12	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida Notează piramida	4p 1p
2.	$b = \sqrt{5} + 1$ $\sqrt{ab} = 2$	2p 3p
3.	Notând cu $x$ numărul fetelor din clasă, rezultă că numărul băieților este egal cu $26 - x$ $x - 2 = 2 \cdot (26 - x - 3)$ Finalizare: $x = 16$	1p 2p 2p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției	2p 2p 1p
	b) $A(a, -a) \in G_f \Rightarrow f(a) = -a$ $-2a + 3 = -a \Rightarrow a = 3$	2p 3p
5.	$1 + \frac{2-x}{x+1} = \frac{3}{x+1}$	2p
	$\frac{x-1}{(2x+1)^2 - (x+2)^2} = \frac{1}{3(x+1)}$	2p
	$E(x) = 9$	1p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $A_{\text{laterală}} = P_{\text{bazei}} \cdot h$ $A_{\text{laterală}} = 1600 \text{ cm}^2$	2p 3p
	b) Notând cu $h_{\text{apă}}$ înălțimea la care se ridică apa în vază, avem $V_{\text{apă}} = A_{\text{bazei}} \cdot h_{\text{apă}}$ $A_{\text{bazei}} = 100 \text{ cm}^2$ $V_{\text{apă}} = 3000 \text{ cm}^3 \Rightarrow h_{\text{apă}} = 30 \text{ cm}$	1p 2p 2p

	<p><b>c)</b> <math>V_{\text{cub}} = 64 \text{ cm}^3</math> Volumul celor 4 cuburi este egal cu <math>256 \text{ cm}^3</math> Nivelul apei a crescut cu <math>2,56 \text{ cm}</math></p>	<p><b>2p</b> <b>1p</b> <b>2p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>DB = \sqrt{AD^2 + AB^2}</math> <math>DB = 35 \text{ cm}</math></p>	<p><b>2p</b> <b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> Distanța de la <math>E</math> la <math>AB</math> este egală cu <math>21 \text{ cm}</math> Aria cerută este egală cu <math>294 \text{ cm}^2</math></p>	<p><b>2p</b> <b>3p</b></p>
	<p><b>c)</b> Notând cu <math>P</math> proiecția punctului <math>A</math> pe dreapta <math>EB</math>, obținem <math>AP = \frac{84\sqrt{13}}{13} \text{ cm}</math></p>	<p><b>2p</b></p>
	<p><math>\sin(\sphericalangle AEB) = \frac{12}{13}</math></p>	<p><b>3p</b></p>



**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2011 - 2012**

**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**Varianta 10**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

<b>SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.</b>		<b>(30 de puncte)</b>												
5p	1. Rezultatul calculului $18 - 12 : 3$ este egal cu ... .													
5p	2. Media aritmetică a numerelor 17 și 23 este egală cu ... .													
5p	3. Un sfert din lungimea unui drum reprezintă 12 km. Lungimea drumului este egală cu ... km.													
5p	4. Suma dintre lungimea și lățimea unui dreptunghi este egală cu 10 cm. Perimetrul acestui dreptunghi este egal cu ... cm.													
5p	5. Se consideră cubul $ABCDMNPQ$ din Figura 1. Măsura unghiului dintre dreptele $AB$ și $DQ$ este egală cu ....° .													
<p>Figura 1</p>														
5p	6. În tabelul de mai jos este prezentată repartiția elevilor unei clase după înălțimile lor, măsurate în centimetri.													
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 20%;">Înălțimea (cm)</th> <th style="width: 20%;">120-129</th> <th style="width: 20%;">130-139</th> <th style="width: 20%;">140-149</th> <th style="width: 20%;">150-160</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Număr de elevi</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>15</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table>					Înălțimea (cm)	120-129	130-139	140-149	150-160	Număr de elevi	2	3	15	5
Înălțimea (cm)	120-129	130-139	140-149	150-160										
Număr de elevi	2	3	15	5										
Numărul elevilor care au înălțimea mai mică de 140 cm este egal cu ... .														
<b>SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.</b>		<b>(30 de puncte)</b>												
5p	1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată de vârf $V$ și bază $ABCD$ .													
5p	2. Arătați că $a = 2 \cdot (8 + \sqrt{18}) - 3 \cdot (4 + \sqrt{8})$ este număr întreg.													
5p	3. Un pix și o carte costă 10 lei, cartea și un caiet costă 9 lei, iar caietul și pixul costă 5 lei. Determinați prețul cărții.													
	4. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 6 - 3x$ .													
5p	a) Reprezentați grafic funcția $f$ în sistemul de coordonate $xOy$ .													
5p	b) Determinați numărul real $p$ pentru care punctul $A(p, p + 4)$ aparține graficului funcției $f$ .													
5p	5. Se consideră expresia $E(x) = \left(2 - \frac{8}{x+2}\right) : \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$ , pentru orice număr real $x, x \neq -2$ și $x \neq 2$ . Arătați că $E(x) = 2$ , pentru orice număr real $x, x \neq -2$ și $x \neq 2$ .													
<b>SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.</b>		<b>(30 de puncte)</b>												
1. În Figura 2 este reprezentat schematic un turn format din prisma dreaptă $ABCDMNPQ$ cu baza pătrat și piramida patrulateră regulată $SMNPQ$ . Se știe că: $AB = 5$ m, $AM = 12$ m și $m(\sphericalangle MSN) = 60^\circ$ .														

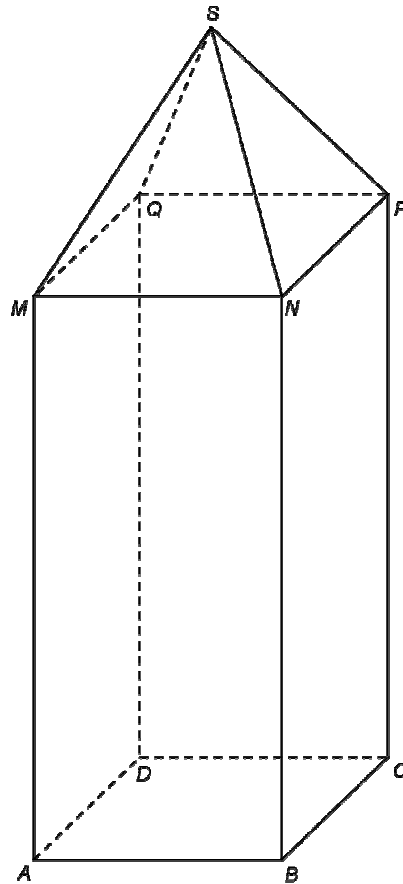


Figura 2

- 5p** a) Calculați distanța dintre punctele  $D$  și  $M$ .  
**5p** b) Calculați aria laterală a piramidei  $SMNPQ$ .  
**5p** c) Arătați că înălțimea turnului este mai mică decât 16 m.

2. Dreptunghiul  $ABCD$  din Figura 3 reprezintă schița unei mese de biliard. Dimensiunile mesei sunt  $AB = 12$  dm și  $BC = 18$  dm.

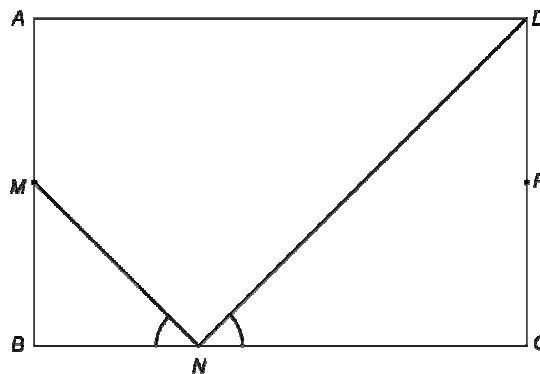


Figura 3

- 5p** a) Calculați aria dreptunghiului  $ABCD$ , exprimată în metri pătrați.  
**5p** b) Determinați perimetrul triunghiului  $APB$ , unde  $P$  este mijlocul segmentului  $(CD)$ .  
**5p** c) O bilă se află în punctul  $M$ , mijlocul laturii  $(AB)$ . Un jucător lovește bila care atinge latura  $(BC)$  în punctul  $N$  și apoi ajunge în punctul  $D$ . Știind că unghiurile  $MNB$  și  $CND$  sunt congruente, arătați că dreptele  $MN$  și  $ND$  sunt perpendiculare.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2011 - 2012**

**Proba scrisă la MATEMATICĂ**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 10**

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	14	5p
2.	20	5p
3.	48	5p
4.	20	5p
5.	90	5p
6.	5	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida Notează piramida	4p 1p
2.	$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $a = 4 \in \mathbb{Z}$	1p 1p 3p
3.	Se notează cu $x$ prețul unei cărți $\Rightarrow 10 - x$ este prețul unui pix, iar $x - 5$ este prețul unui caiet $2x - 5 = 9$ Prețul unei cărți este de 7 lei	2p 2p 1p
4.	a) Reprezentarea corectă a unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea corectă a altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției	2p 2p 1p
	b) $A \in G_f \Rightarrow f(p) = p + 4$ $6 - 3p = p + 4 \Rightarrow p = \frac{1}{2}$	2p 3p
5.	$2 - \frac{8}{x+2} = \frac{2(x-2)}{x+2}$ $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} = \frac{(x-2)^2}{(x-2)(x+2)} = \frac{x-2}{x+2}$ $E(x) = 2$	2p 2p 1p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $AD = 5$ m $DM = 13$ m	2p 3p
	b) Fețele laterale ale piramidei sunt triunghiuri echilaterale $A_{\text{laterală piramidă}} = 25\sqrt{3}$ m <sup>2</sup>	2p 3p
	c) $O$ centrul pătratului $MNPQ \Rightarrow SO = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ m	2p

	Înălțimea turnului este egală cu $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2} + 12\right)$ m	<b>1p</b>
	$\frac{5\sqrt{2}}{2} + 12 = \frac{\sqrt{50}}{2} + 12 < \frac{\sqrt{64}}{2} + 12 = 16$	<b>2p</b>
<b>2.</b>	a) $A = L \cdot l = 216 \text{ dm}^2$ $A = 2,16 \text{ m}^2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
	b) $AP = BP = 6\sqrt{10}$ dm $P_{APB} = 12 + 12\sqrt{10}$ dm	<b>3p</b> <b>2p</b>
	c) $\sphericalangle MBN \equiv \sphericalangle DCN$ și $\sphericalangle MNB \equiv \sphericalangle DNC \Rightarrow \triangle BNM$ și $\triangle CND$ sunt asemenea	<b>1p</b>
	$\frac{MB}{DC} = \frac{BN}{CN} \Rightarrow \frac{BN}{CN} = \frac{1}{2}$	<b>1p</b>
	$BN + NC = BC = 18 \text{ dm} \Rightarrow BN = 6 \text{ dm}$ și $NC = 12 \text{ dm}$	<b>1p</b>
	$\triangle BNM$ și $\triangle CND$ sunt dreptunghice isoscele $\Rightarrow m(\sphericalangle MNB) = m(\sphericalangle DNC) = 45^\circ$	<b>1p</b>
	$m(\sphericalangle MND) = 90^\circ \Rightarrow MN \perp ND$	<b>1p</b>

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2011 - 2012

Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 7

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $12 - 6 : 3$  este egal cu ... .
- 5p 2. Dacă  $y$  este un număr real nenul și  $\frac{3}{y} = \frac{x}{4}$ , atunci produsul  $x \cdot y$  este egal cu ... .
- 5p 3. Cel mai mare număr natural din intervalul  $(0, 6)$  este egal cu ... .
- 5p 4. Un romb cu perimetrul de 32 cm are lungimea unei laturi egală cu ... cm.
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentat un tetraedru regulat  $VABC$ . Dacă o muchie are lungimea de 5 cm, atunci suma lungimilor tuturor muchiilor este egală cu ... cm.

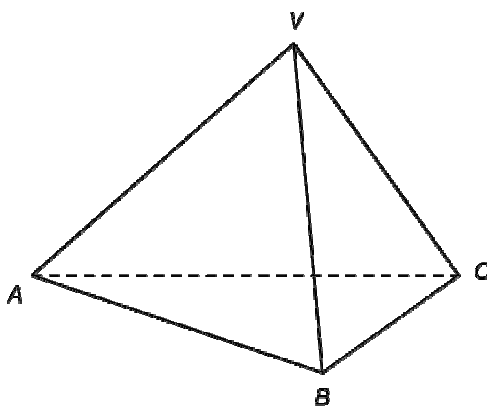


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos este prezentată repartiția elevilor dintr-o echipă de fotbal după înălțimile lor măsurate în centimetri.

Înălțimea (cm)	140 - 149	150 - 159	160 - 170
Număr elevi	2	3	6

Numărul elevilor din echipă cu înălțimea mai mică decât 160 cm este egal cu ... .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub  $ABCDEFGH$ .
- 5p 2. Arătați că numărul  $a = \left| \sqrt{5} - 3 \right| + \frac{4}{3 - \sqrt{5}}$  este întreg.
- 5p 3. Numărul păsărilor dintr-o gospodărie este mai mare decât 70, dar mai mic decât 80. O treime din numărul păsărilor sunt găini, un sfert din numărul păsărilor sunt rațe și restul sunt găște. Determinați numărul găștelor din gospodărie.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 1$ .
- 5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $m$  pentru care punctul  $A(m, -7)$  aparține graficului funcției  $f$ .

- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{(2x+1)^2 - (2x-1)^2}{(x-1)^2 - (x+1)^2}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq 0$ . Arătați că  $E(x) = -2$ , pentru orice număr real  $x$ ,  $x \neq 0$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)**

1. În Figura 2 este reprezentat ambalajul unei cutii de lapte care are forma unui paralelipiped dreptunghic  $ABCDMNPQ$ , în care  $AM = 10$  cm,  $AB = 6$  cm și  $BC = 5$  cm.

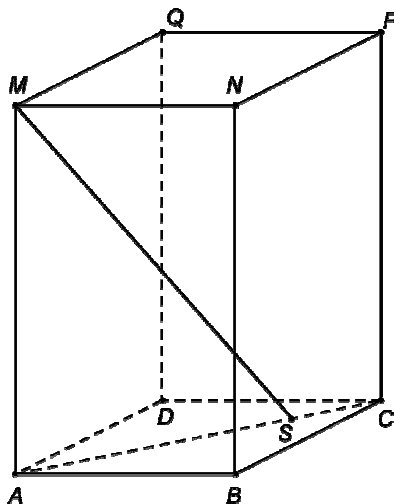


Figura 2

- 5p** a) Calculați volumul cutiei de lapte, exprimat în litri.  
**5p** b) Calculați aria, exprimată în centimetri pătrați, a suprafeței de material necesar pentru un ambalaj, știind că pierderile la îmbinări reprezintă 10% din aria totală a cutiei.  
**5p** c) Se introduce în cutie un pai, prin vârful  $M$ , până în punctul  $S \in (AC)$ , fără să cadă în cutie, astfel încât  $AS = 7,5$  cm. Arătați că lungimea paiului este mai mare de 12 cm.

2. Figura 3 reprezintă schița unei mese formată dintr-un dreptunghi  $ABCD$ , cu  $AB = 4$  m și  $BC = 2$  m și două semicercuri cu diametrele  $[AD]$ , respectiv  $[BC]$ .

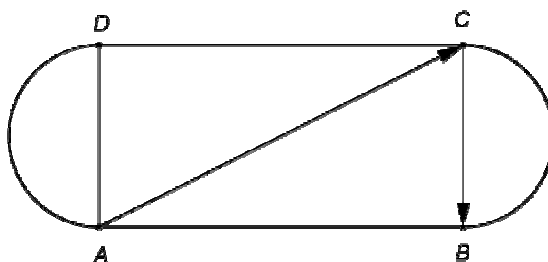


Figura 3

- 5p** a) De-a lungul marginii mesei se lipește o bandă protectoare. Determinați lungimea acestei benzi.  
**5p** b) Calculați aria suprafeței mesei.  
**5p** c) O buburuză parcurge, mergând doar pe marginea mesei, traseul  $A-B-C$ , iar o furnică parcurge segmentul  $[AC]$  și, în continuare, segmentul  $[CB]$ . Arătați că lungimea traseului parcurs de buburuză este mai mare decât lungimea traseului parcurs de furnică. ( $3,14 < \pi < 3,15$ )

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2011 - 2012**  
**Proba scrisă la MATEMATICĂ**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 7**

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	10	5p
2.	12	5p
3.	5	5p
4.	8	5p
5.	30	5p
6.	5	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul Notează cubul	4p 1p
2.	$ \sqrt{5} - 3  = 3 - \sqrt{5}$	2p
	$\frac{4}{3 - \sqrt{5}} = 3 + \sqrt{5}$	2p
	$a = 6 \in \mathbb{Z}$	1p
3.	Se notează cu $n$ numărul de păsări. Cum $3 n$ , $4 n$ și c.m.m.d.c.(3,4)=1, obținem $12 n$	2p
	$70 < n < 80 \Rightarrow n = 72$	1p
	$72 - \frac{1}{3} \cdot 72 - \frac{1}{4} \cdot 72 = 30$ . Sunt 30 de găște	2p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Trasarea graficului funcției	1p
b)	$A(m, -7) \in G_f \Rightarrow f(m) = -7$	3p
	$-2m + 1 = -7 \Rightarrow m = 4$	2p
5.	$(2x+1)^2 - (2x-1)^2 = 8x$	2p
	$(x-1)^2 - (x+1)^2 = -4x$	2p
	Finalizare	1p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $V = L \cdot l \cdot h \Rightarrow V = 300 \text{ cm}^3$ $V = 0,3$ litri	3p 2p
	b) $A_{\text{totală paralelipiped}} = 2L \cdot l + 2L \cdot h + 2l \cdot h = 280 \text{ cm}^2$ $\frac{10}{100} \cdot 280 = 28 \text{ cm}^2$ $A_{\text{material}} = 280 + 28 = 308 \text{ cm}^2$	2p 2p 1p

	<p><b>c)</b> Triunghiul <math>MAS</math> este dreptunghic  <math>MS = 12,5</math> cm                      Finalizare</p>	<p><b>2p</b>  <b>2p</b>  <b>1p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> Lungimea unui semicerc este egală cu <math>\pi R = \pi</math> m                      Lungimea benzii protectoare este egală cu <math>(8 + 2\pi)</math> m</p>	<p><b>2p</b>  <b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>A_{ABCD} = 8\text{m}^2</math>                      Aria celor două semicercuri este egală cu <math>\pi\text{m}^2</math>                      Aria suprafeței mesei este <math>(8 + \pi)\text{m}^2</math></p>	<p><b>2p</b>  <b>2p</b>  <b>1p</b></p>
	<p><b>c)</b> Lungimea traseului parcurs de furnică este <math>L_f = 2(1 + \sqrt{5})\text{m}</math></p>	<p><b>2p</b></p>
	<p>Lungimea traseului parcurs de buburuză este <math>L_b = (4 + \pi)\text{m}</math></p>	<p><b>1p</b></p>
	<p><math>2\sqrt{5} = \sqrt{20} &lt; 5 &lt; 2 + 3,14 &lt; 2 + \pi</math>, de unde concluzia</p>	<p><b>2p</b></p>



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI A VIII-A

Anul școlar 2011 – 2012

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $10 - 10 : 5$  este egal cu ....
- 5p 2. Numerele întregi din intervalul  $[-5, 4]$  sunt în număr de ....
- 5p 3. Cincizeci de kilograme de castraveți costă 200 lei. Cinci kilograme de castraveți de aceeași calitate costă ... lei.
- 5p 4. Un trapez cu înălțimea de 8 cm și linia mijlocie de 10 cm are aria egală cu ...  $\text{cm}^2$ .
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentat un cub  $ABCD A'B'C'D'$ . Dacă aria totală a cubului este egală cu  $600 \text{ cm}^2$ , atunci muchia cubului este de ... cm.

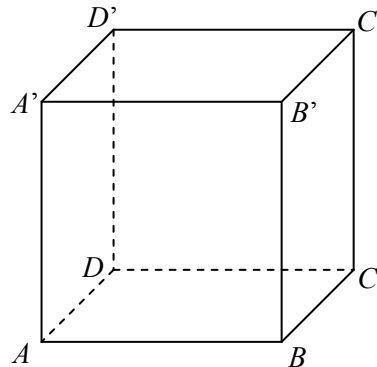


Figura 1

- 5p 6. Numărul elevilor dintr-un lot de atletism și vârstele lor sunt reprezentate în tabelul de mai jos.

Vârstă (ani)	11	12	13	14
Număr elevi	9	4	5	2

Numărul elevilor din lot este egal cu ....

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă  $ABCMNP$  cu baza  $ABC$  triunghi echilateral.
- 5p 2. Calculați  $5a - 11b + 21c$ , știind că  $2a + b - 3c = 15$  și  $a - 4b + 8c = 25$ , unde  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .
- 5p 3. Maria a citit în 5 zile o carte care are 230 de pagini. În fiecare zi, începând cu a doua, Maria a citit cu trei pagini mai mult decât în ziua precedentă. În a câta zi numărul total de pagini citite în ziua respectivă este un număr prim?
4. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - 3$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = -3x + 5$ .
- 5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  în sistemul de coordonate  $xOy$ .
- 5p b) Calculați aria triunghiului determinat de reprezentările grafice ale celor două funcții și axa  $Oy$ .
- 5p 5. Calculați  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ , știind că  $x + \frac{1}{x} = 3$ , unde  $x \in \mathbb{R}^*$ .

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. Laboratorul unei cofetării prepară bomboane în formă de piramidă triunghiulară regulată cu muchia laterală de 2 cm și cu muchia bazei de 3 cm.

- 5p** a) Arătați că înălțimea piramidei este de 1 cm.
- 5p** b) Calculați volumul unei bomboane.
- 5p** c) Fiecare bomboană este acoperită în totalitate cu staniol. Arătați că aria suprafeței minime de staniol necesar împachetării a 100 de bomboane este mai mare decât  $960 \text{ cm}^2$  (se neglijează pierderile la suprapuneri).
2. Figura 2 reprezintă schița unei grădini dreptunghiulare  $MNPQ$  și a aleilor din interiorul ei. Se știe că  $MN = 100 \text{ m}$ ,  $NP = 60 \text{ m}$ ,  $RS = TU = VX = ZY = 4 \text{ m}$ ,  $MV = XN = PR = SQ$  și  $QT = UM = YN = PZ$ .
- 5p** a) Segmentele  $RS$ ,  $TU$ ,  $VX$  și  $ZY$  reprezintă porți de acces în grădină. Se împrejmuiește grădina cu gard, nu și în dreptul porților. Calculați lungimea gardului exterior care înconjoară grădina.
- 5p** b) Calculați aria suprafeței ocupate de alei.
- 5p** c) În interiorul fiecărei parcele formate (suprafețe hașurate) se amenajează câte un strat cu flori, în formă de cerc. Calculați aria maximă a unui astfel de strat.

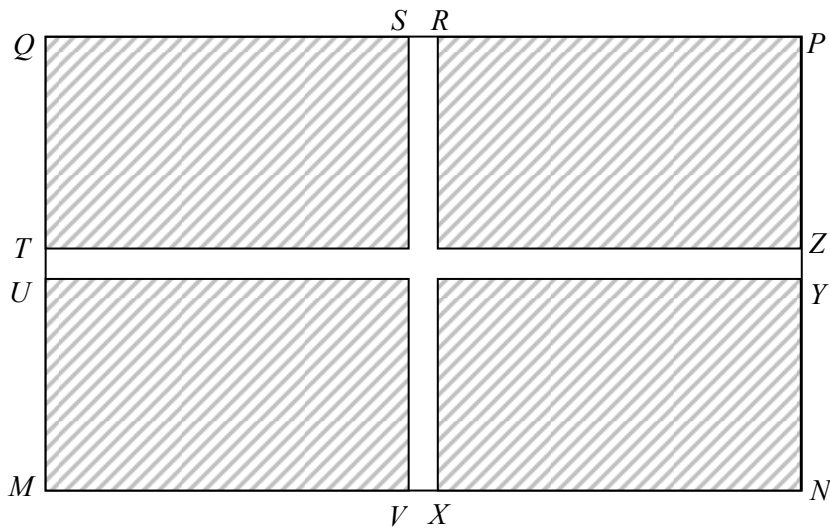


Figura 2

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI A VIII-A**

**Anul școlar 2011 – 2012**

**Probă scrisă la MATEMATICĂ**

**Model**

**BAREM DE CORECTARE ȘI DE NOTARE**

**SUBIECTUL I**

- ◆ Se punctează doar rezultatul: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- ◆ Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Total 100 de puncte din care 10 sunt din oficiu.
- ◆ Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

**SUBIECTUL I**

**30 de puncte**

1.	8	5p
2.	10	5p
3.	20	5p
4.	80	5p
5.	10	5p
6.	20	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**30 de puncte**

1.	Desenează prisma Notează prisma	4p 1p
2.	$5a - 11b + 21c = 2a + b - 3c + 3(a - 4b + 8c)$ Finalizare $5a - 11b + 21c = 90$	3p 2p
3.	Se notează cu $x$ numărul de pagini citite în prima zi; $x + (x + 3) + (x + 6) + (x + 9) + (x + 12) = 230$ $x = 40 \Rightarrow$ numărul de pagini citite, pe zile, este: 40, 43, 46, 49, 52. În a doua zi persoana a citit 43 de pagini, iar 43 este un număr prim	2p 2p 1p
4.	a) Reprezentarea corectă a unui punct de pe graficul funcției $f$ Reprezentarea corectă a altui punct de pe graficul funcției $f$ Trasarea graficului funcției	2p 2p 1p
	b) $G_f \cap Oy = \{A(0, -3)\}$ $G_g \cap Oy = \{B(0, 5)\}$ $G_f \cap G_g = \{E(2, -1)\}$ $AB = 3 + 5 = 8$ $A_{\Delta AEB} = 8$	1p 1p 1p 1p 1p
5.	$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$ $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9$ $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$	2p 2p 1p

**SUBIECTUL al III-lea**

**30 de puncte**

1.	a) Notăm piramida $VABC$ și cu $O$ centrul bazei $ABC \Rightarrow OA = \sqrt{3}$ cm Finalizare: $VO = 1$ cm	2p
	b) $A_b = \frac{9}{4}\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup>	3p
	Finalizare: $V = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ cm <sup>3</sup>	2p
	c) Dacă $M$ este mijlocul laturii $[AB]$ , atunci $VM = \frac{\sqrt{7}}{2}$ cm	1p
	$A_{lat} = \frac{9}{4}\sqrt{7}$ cm <sup>2</sup>	1p
$A_t = \frac{9(\sqrt{3} + \sqrt{7})}{4}$ cm <sup>2</sup>	1p	
$\sqrt{3} + \sqrt{7} > 4,3$	1p	
Aria suprafeței minime este mai mare decât 960 cm <sup>2</sup>	1p	
2.	a) Perimetrul grădinii este de $2 \cdot (100 + 60) = 320$ m Lungimea gardului este $320 - 4 \cdot 4 = 304$ m	2p
	b) Se formează patru parcele dreptunghiulare, fiecare parcelă având lungimea de $(100 - 4) : 2 = 48$ m și lățimea de $(60 - 4) : 2 = 28$ m	2p
	Aria unei parcele este de $48 \cdot 28 = 1344$ m <sup>2</sup>	1p
	Aria grădinii este de $100 \cdot 60 = 6000$ m <sup>2</sup>	1p
	Aria aleilor este egală cu $6000 - 4 \cdot 1344 = 624$ m <sup>2</sup>	1p
c) Raza maximă a cercului = 14 m Finalizare: $A_c = 196\pi$ m <sup>2</sup>	2p	
		3p

**Evaluarea Națională pentru elevii clasei a VIII-a**  
**Anul școlar 2012 - 2013**  
**Matematică**

**Varianta 1**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $6 \cdot 2 + 6$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Dacă  $\frac{a}{15} = \frac{2}{5}$ , atunci numărul  $a$  este egal cu ... .
- 5p** 3. Cel mai mic număr natural care aparține intervalului  $[10,13)$  este numărul ... .
- 5p** 4. Aria unui triunghi care are o latură de 6 cm și înălțimea corespunzătoare ei de 5 cm este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .
- 5p** 5. În Figura 1 este reprezentată o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghi echilateral. Dacă  $AB = AA' = 5$  cm, atunci perimetrul patrulaterului  $ABB'A'$  este egal cu ... cm.

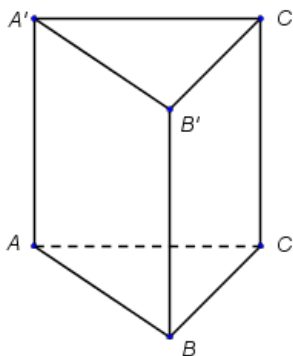


Figura 1

- 5p** 6. Membrii ansamblului folcloric al unei școli sunt grupați după vârstă astfel:

Vârstă (ani)	11	12	13	14
Număr de elevi	10	9	8	9

Numărul elevilor din ansamblu cu vârsta de 13 ani este egal cu ... .

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub  $ABCA'B'C'D'$ .
- 5p** 2. Arătați că  $\sqrt{3} + \sqrt{12} - 3\sqrt{3} = 0$ .
- 5p** 3. Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ ,  $a > b$ , știind că suma lor este egală cu 10, iar diferența lor este egală cu 2.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1$ .
- 5p** a) Calculați  $f(0) + f(-1)$ .
- 5p** b) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( x - 1 - \frac{x^2}{x+2} \right) : \frac{x-2}{x+2}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -2$  și  $x \neq 2$ .  
Arătați că  $E(x) = 1$ , pentru orice număr real  $x$ ,  $x \neq -2$  și  $x \neq 2$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. Figura 2 reprezintă schița unei grădini în formă de dreptunghi  $ABCD$  cu lungimea  $AB = 8\text{ m}$  și lățimea  $BC = 6\text{ m}$ . Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $AB$ , punctul  $P$  este mijlocul segmentului  $AD$ , iar punctul  $N$  este situat pe segmentul  $DC$ , astfel încât  $NC = 3\text{ m}$ . Zona hașurată reprezintă partea din grădină acoperită cu gazon, iar zona nehașurată reprezintă partea din grădină unde sunt plantate flori.

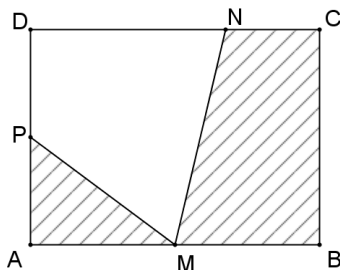


Figura 2

- 5p a) Calculați perimetrul dreptunghiului  $ABCD$ .
- 5p b) Arătați că aria suprafeței acoperită cu gazon este egală cu  $27\text{ m}^2$ .
- 5p c) Verificați dacă aria suprafeței pe care sunt plantate flori este egală cu aria trapezului  $MBCN$ .

2. În Figura 3 este reprezentată schematic o piatră semiprețioasă în formă de piramidă triunghiulară regulată  $ABCD$ , cu baza triunghiul  $BCD$ . Se știe că  $m(\sphericalangle CAD) = 90^\circ$ , iar  $CD = 4\text{ cm}$ .

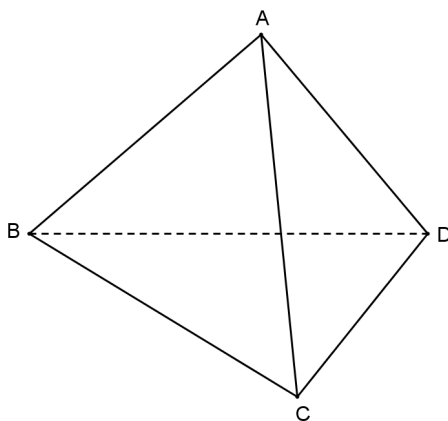


Figura 3

- 5p a) Calculați perimetrul triunghiului  $BCD$ .
- 5p b) Arătați că aria suprafeței laterale a piramidei este egală cu  $12\text{ cm}^2$ .
- 5p c) Introducem piatra semiprețioasă într-un vas plin cu apă. Arătați că, la scufundarea completă a pietrei, din vas se varsă mai puțin de 4 mililitri de apă. Se consideră cunoscut faptul că  $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ .

**Evaluarea Națională pentru elevii clasei a VIII-a**  
**Anul școlar 2012 - 2013**  
**Matematică**  
**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 1**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	18	5p
2.	6	5p
3.	10	5p
4.	15	5p
5.	20	5p
6.	8	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul Notează cubul	4p 1p
2.	$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ $\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$	2p 3p
3.	$a + b = 10$ și $a - b = 2$ $a = 6$ și $b = 4$	2p 3p
4.	a) $f(0) = 1$	2p
	$f(-1) = 0$	2p
	$f(0) + f(-1) = 1$	1p
	b) Reprezentarea corectă a unui punct care aparține graficului funcției Reprezentarea corectă a altui punct care aparține graficului funcției Trasarea graficului funcției	2p 2p 1p
5.	$x - 1 - \frac{x^2}{x+2} = \frac{x-2}{x+2}$	3p
	$E(x) = \frac{x-2}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x-2} = 1$	2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2(8 + 6) =$ $= 28\text{m}$	3p 2p
	b) $\mathcal{A}_{\Delta APM} = \frac{AM \cdot AP}{2} = 6\text{m}^2$	2p
	$\mathcal{A}_{MBCN} = \frac{(MB + NC) \cdot BC}{2} = 21\text{m}^2$	2p
	$\mathcal{A}_{gazon} = \mathcal{A}_{\Delta APM} + \mathcal{A}_{MBCN} = 27\text{m}^2$	1p
c)	$\mathcal{A}_{ABCD} = 48\text{m}^2$	2p
	$\mathcal{A}_{MNDP} = \mathcal{A}_{ABCD} - \mathcal{A}_{gazon} = 21\text{m}^2 \Rightarrow \mathcal{A}_{MNDP} = \mathcal{A}_{MBCN}$	3p

2.	<p>a) <math>P_{\Delta BCD} = 3 \cdot CD =</math> <math>= 12 \text{ cm}</math></p>	<p><b>3p</b> <b>2p</b></p>
	<p>b) <math>a_p = \frac{CD}{2} = 2 \text{ cm}</math>, unde <math>a_p</math> este apotema piramidei</p>	<p><b>2p</b></p>
	<p><math>\mathcal{A}_{laterală} = \frac{P_{\Delta BCD} \cdot a_p}{2} = 12 \text{ cm}^2</math></p>	<p><b>3p</b></p>
	<p>c) Înălțimea piramidei este egală cu <math>\frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ cm}</math></p>	<p><b>1p</b></p>
	<p><math>\mathcal{A}_{\Delta BCD} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2</math></p>	<p><b>1p</b></p>
	<p><math>\mathcal{V}_{pietrei} = \frac{8\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3 = \frac{8\sqrt{2}}{3} \text{ ml}</math></p>	<p><b>2p</b></p>
	<p>Din vas se varsă mai puțin de 4 ml de apă, deoarece <math>\frac{8\sqrt{2}}{3} &lt; \frac{8 \cdot 1,5}{3} = 4</math></p>	<p><b>1p</b></p>



**Evaluarea Națională pentru elevii clasei a VIII-a**  
**Anul școlar 2012 - 2013**  
**Matematică**

**Varianta 3**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $4 \cdot 4 + 10$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Dacă  $\frac{a}{6} = \frac{5}{2}$ , atunci numărul  $a$  este egal cu ... .
- 5p** 3. Cel mai mare număr natural care aparține intervalului  $(3,9]$  este numărul ... .
- 5p** 4. Perimetrul unui pătrat cu latura de 8 cm este egal cu ... cm.
- 5p** 5. În Figura 1 este reprezentat un cub  $ABCDEFGH$  cu latura de 3 cm. Volumul cubului este egal cu ...  $\text{cm}^3$ .

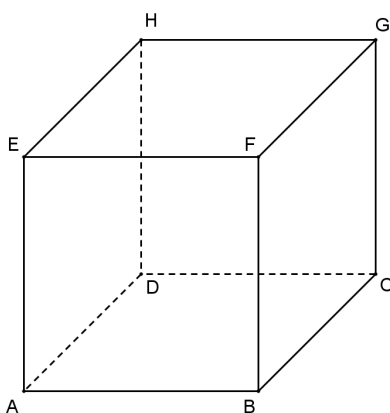


Figura 1

- 5p** 6. În tabelul de mai jos sunt prezentate rezultatele obținute la un test de elevii unei clase.

Notă	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	0	1	3	1	4	5	6	5	4	1

La acest test, nota 8 a fost obținută de un număr de ... elevi.

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată cu vârful  $S$  și baza  $ABC$ .
- 5p** 2. Arătați că  $\sqrt{2} + \sqrt{8} - 3\sqrt{2} = 0$ .
- 5p** 3. Ana și Bogdan au împreună 7 mere, iar Ana și Călin au împreună 8 mere. Determinați câte mere are Ana, știind că, împreună, cei trei copii au 12 mere.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$ .
- 5p** a) Calculați  $f(0) + f(-2)$ .
- 5p** b) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{1}{x-2} - \frac{x}{x^2-4} \right) : \frac{2}{(x-2)(x+2)}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -2$  și  $x \neq 2$ . Arătați că  $E(x) = 1$ , pentru orice număr real  $x$ ,  $x \neq -2$  și  $x \neq 2$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. În Figura 2 este reprezentat un loc de joacă în formă de dreptunghi  $ABCD$ , cu  $AD = 20$  m și diagonala  $BD = 40$  m.

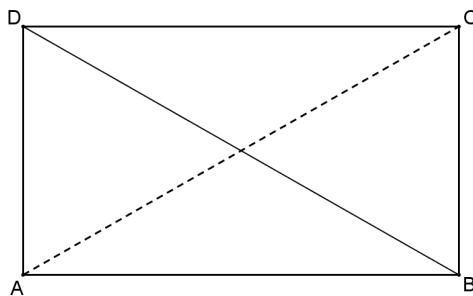


Figura 2

- 5p** a) Arătați că  $AB = 20\sqrt{3}$  m .
- 5p** b) Verificați dacă unghiul dintre diagonalele dreptunghiului  $ABCD$  are măsura egală cu  $60^\circ$  .
- 5p** c) Arătați că aria suprafeței locului de joacă este mai mică decât  $700 \text{ m}^2$  . Se consideră cunoscut faptul că  $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$  .

2. În Figura 3 este reprezentat schematic un stup de albine în formă de paralelipiped dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  . Dimensiunile stupului sunt  $AB = 4 \text{ dm}$  ,  $BC = 6 \text{ dm}$  și  $AA' = 8 \text{ dm}$  .

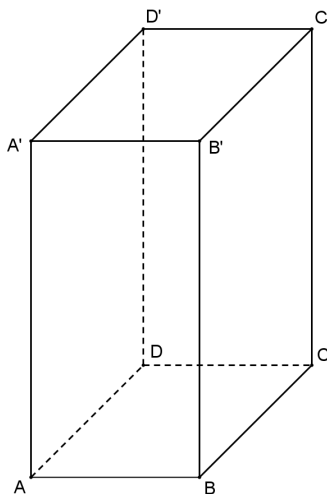


Figura 3

- 5p** a) Calculați perimetrul dreptunghiului  $ABCD$  .
- 5p** b) Determinați aria totală a paralelipipedului  $ABCD A' B' C' D'$  .
- 5p** c) Arătați că  $PQ = \sqrt{13}$  dm, unde  $\{P\} = AB' \cap A'B$  și  $\{Q\} = BC' \cap B'C$  .

**Evaluarea Națională pentru elevii clasei a VIII-a**  
**Anul școlar 2012 - 2013**  
**Matematică**  
**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 3**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	26	5p
2.	15	5p
3.	9	5p
4.	32	5p
5.	27	5p
6.	5	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida triunghiulară regulată Notează piramida triunghiulară regulată	4p 1p
2.	$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ $\sqrt{2} + \sqrt{8} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 0$	2p 3p
3.	Călin are $12 - 7 = 5$ mere Ana are $8 - 5 = 3$ mere	3p 2p
4.	a) $f(0) = 2$ $f(-2) = 0$ $f(0) + f(-2) = 2$	2p 2p 1p
	b) Reprezentarea corectă a unui punct care aparține graficului funcției Reprezentarea corectă a altui punct care aparține graficului funcției Trasarea graficului funcției	2p 2p 1p
	5.	$\frac{1}{x-2} - \frac{x}{x^2-4} = \frac{2}{(x-2)(x+2)}$ $E(x) = \frac{2}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{2} = 1$

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $\Delta ABD$ este dreptunghic în $A \Rightarrow BD^2 = AB^2 + AD^2$ $AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = 20\sqrt{3}$ m	2p 3p
	b) $AC \cap BD = \{O\}$ și $ABCD$ dreptunghi $\Rightarrow AO = OD = AD = 20$ m $\Rightarrow \Delta AOD$ echilateral $m(\sphericalangle AOD) = 60^\circ$	3p 2p
	c) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot AD = 400\sqrt{3}$ m <sup>2</sup> $\sqrt{3} < 1,74 \Rightarrow 400\sqrt{3} < 400 \cdot 1,74 \Rightarrow 400\sqrt{3} < 696$ , deci aria suprafeței locului de joacă este mai mică decât 700 m <sup>2</sup>	2p 3p
2.	a) $P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2(4 + 6) = 20$ dm	3p 2p

<b>b)</b> $A_{bazei} = 24 \text{ dm}^2$	<b>2p</b>
$A_{laterală} = P_{ABCD} \cdot AA' = 160 \text{ dm}^2$	<b>2p</b>
$A_{totală} = A_{laterală} + 2 \cdot A_{bazei} = 208 \text{ dm}^2$	<b>1p</b>
<b>c)</b> $AC = 2\sqrt{13} \text{ dm}$	<b>2p</b>
$PQ$ linie mijlocie în $\Delta AB'C \Rightarrow PQ = \frac{AC}{2} = \sqrt{13} \text{ dm}$	<b>3p</b>

Evaluarea Națională pentru elevii clasei a VIII-a  
Anul școlar 2012 - 2013  
Matematică

Varianta 6

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $2 \cdot 3 + 8$  este egal cu ... .
- 5p 2. Dacă  $\frac{a}{8} = \frac{3}{2}$ , atunci numărul  $a$  este egal cu ... .
- 5p 3. Cel mai mic număr natural care aparține intervalului  $[3,5)$  este numărul ... .
- 5p 4. Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 7 cm și lățimea de 4 cm este egal cu ... cm.
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentat un cub  $ABCDEFGH$ . Aria pătratului  $ABCD$  este egală cu  $9 \text{ cm}^2$ . Aria totală a cubului este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .

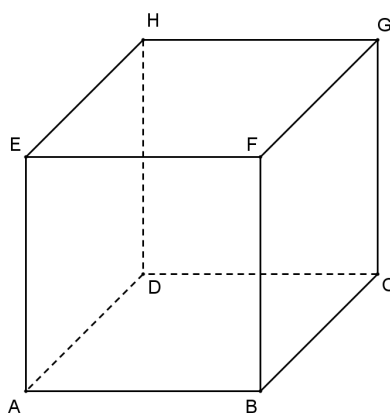
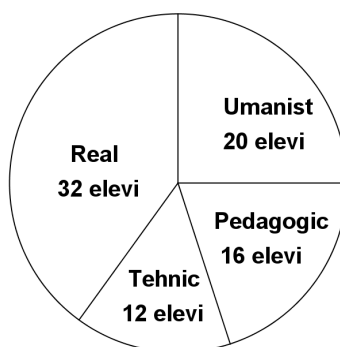


Figura 1

- 5p 6. Elevii claselor a VIII-a dintr-o școală au fost chestionați cu privire la opțiunile lor pentru clasa a IX-a. Rezultatele chestionarului sunt reprezentate în diagrama de mai jos. Numărul elevilor care au optat pentru profilul real este egal cu ... .



SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un tetraedru regulat  $ABCD$ .
- 5p 2. Calculați media aritmetică a numerelor  $a$  și  $b$ , știind că  $a = \frac{1}{3} + \frac{12}{5}$  și  $b = \frac{2}{3} + \frac{3}{5}$ .
- 5p 3. Prețul inițial al unui produs este 1000 de lei. Calculați prețul produsului după o ieftinire cu 10% din prețul inițial.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 2$ .
- 5p a) Calculați  $f(0) + f(2)$ .
- 5p b) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .

- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{x+1}{2x} - \frac{x-1}{3x} \right) \cdot \frac{6x}{x+5}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -5$  și  $x \neq 0$ .  
Arătați că  $E(x) = 1$ , pentru orice număr real  $x$ ,  $x \neq -5$  și  $x \neq 0$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)**

1. Figura 2 este schița unei ferme piscicole în formă de pătrat care are în interior un iaz reprezentat prin cercul de centru  $O$ , unde  $O$  este intersecția diagonalelor pătratului  $ABCD$ . Cercul are raza de 25 m, iar pătratul  $ABCD$  are latura de 100 m.

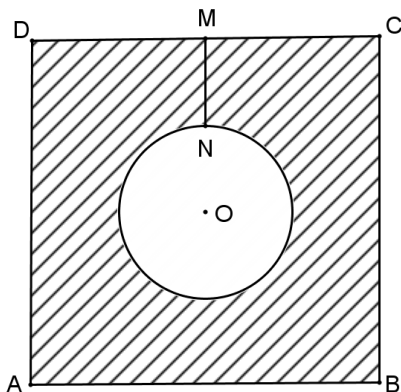


Figura 2

- 5p** a) Calculați perimetrul pătratului  $ABCD$ .
- 5p** b) Arătați că aria suprafeței de teren hașurată în schiță este egală cu  $625(16 - \pi) \text{ m}^2$ .
- 5p** c) De cinci ori pe zi se verifică starea iazului. Pentru aceasta, un angajat intră în fermă prin poarta de acces situată în punctul  $M$ , mijlocul segmentului  $CD$ , ajunge la iaz în punctul  $N$ , ocolește iazul și, după ce ajunge din nou în punctul  $N$ , se întoarce în punctul  $M$ . Știind că punctele  $M$ ,  $N$  și  $O$  sunt coliniare, arătați că, într-o zi, angajatul parcurge mai mult de un kilometru. Se consideră cunoscut faptul că  $3,14 < \pi < 3,15$ .
2. În Figura 3 este reprezentat schematic un acvariu în formă de paralelipiped dreptunghic  $ABCDEFGH$  cu lungimea  $AB = 60 \text{ cm}$ , lățimea  $BC = 24 \text{ cm}$  și înălțimea  $AE = 40 \text{ cm}$ .

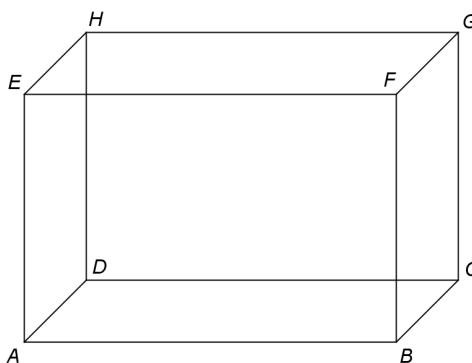


Figura 3

- 5p** a) Calculați aria dreptunghiului  $ABCD$ .
- 5p** b) Arătați că volumul paralelipipedului este egal cu  $57600 \text{ cm}^3$ .
- 5p** c) Determinați câți litri de apă sunt în acvariu dacă nivelul apei este de 30 cm.

**Evaluarea Națională pentru elevii clasei a VIII-a**  
**Anul școlar 2012 - 2013**  
**Matematică**  
**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 6**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	14	5p
2.	12	5p
3.	3	5p
4.	22	5p
5.	54	5p
6.	32	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează tetraedrul regulat Notează tetraedrul regulat	4p 1p
2.	$m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{12}{5} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5}}{2} = 2$	2p 3p
3.	10% din prețul produsului este $10\% \cdot 1000 = 100$ de lei Prețul produsului după ieftinire este $1000 - 100 = 900$ de lei	2p 3p
4.	a) $f(0) = -2$	2p
	$f(2) = 0$	2p
	$f(0) + f(2) = -2$	1p
b)	Reprezentarea corectă a unui punct care aparține graficului funcției	2p
	Reprezentarea corectă a altui punct care aparține graficului funcției	2p
	Trasarea graficului funcției	1p
5.	$\frac{x+1}{2x} - \frac{x-1}{3x} = \frac{x+5}{6x}$	3p
	$E(x) = \frac{x+5}{6x} \cdot \frac{6x}{x+5} = 1$	2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $P_{ABCD} = 4 \cdot AB =$ $= 400 \text{ m}$	2p 3p
	b) $\mathcal{A}_{ABCD} = 10000 \text{ m}^2$ $\mathcal{A}_{\text{taz}} = \pi r^2 = 625\pi \text{ m}^2$ $\mathcal{A}_{\text{hașurată}} = \mathcal{A}_{ABCD} - \mathcal{A}_{\text{taz}} = (10000 - 625\pi) = 625(16 - \pi) \text{ m}^2$	2p 2p 1p
	c) $MN = 25 \text{ m}$ Un traseu parcurs are lungimea $50(1 + \pi) \text{ m}$ , deci drumul parcurs zilnic este de $250(1 + \pi) \text{ m}$ $\pi > 3,14 \Rightarrow 250(1 + \pi) > 1035 > 1000$ , deci drumul parcurs într-o zi este mai mare decât $1000 \text{ m} = 1 \text{ km}$	1p 2p 2p

<b>2.</b>	<b>a)</b> $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC = 60 \cdot 24 =$ $= 1440 \text{cm}^2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
	<b>b)</b> $\mathcal{V}_{ABCDEFGH} = L \cdot l \cdot h = 60 \cdot 24 \cdot 40 =$ $= 57600 \text{cm}^3$	<b>2p</b> <b>3p</b>
	<b>c)</b> Fie $M \in (AE)$ , $AM = 30 \text{cm} \Rightarrow \mathcal{V}_{ap\breve{a}} = \mathcal{A}_{ABCD} \cdot AM = 1440 \cdot 30 =$ $= 43200 \text{cm}^3 = 43,2 \text{dm}^3 = 43,2 \text{ litri}$	<b>3p</b> <b>2p</b>



**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**

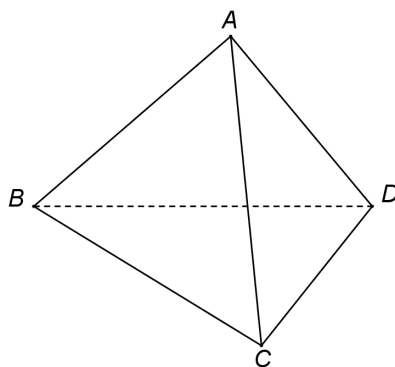
**Varianta 3**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

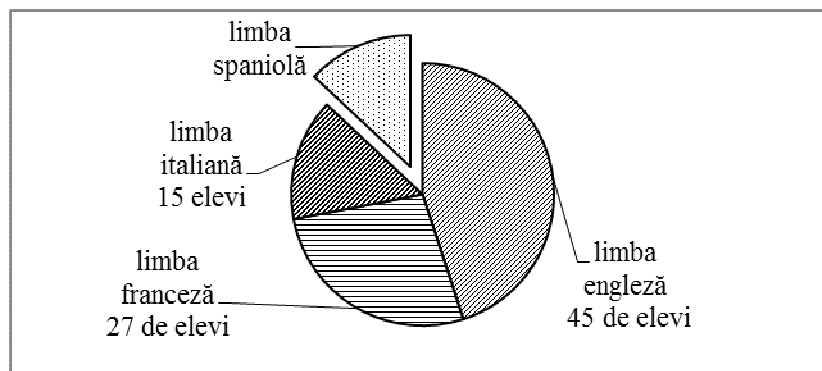
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $12 - 6 \cdot 2$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Dacă 10 reprezintă 50% dintr-un număr, atunci numărul este egal cu ... .
- 5p** 3. Cel mai mare număr natural  $n$  pentru care  $n \leq 8$  este egal cu ... .
- 5p** 4. Rombul  $ABCD$  are diagonalele de 6 cm și, respectiv, de 8 cm. Aria rombului  $ABCD$  este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat  $ABCD$  în care  $AB = 8$  cm. Suma tuturor muchiilor tetraedrului  $ABCD$  este egală cu ... cm.



*Figura 1*

- 5p** 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate opțiunile celor 100 de elevi din clasele a V-a ale unei școli, opțiuni referitoare la studiul limbilor moderne.



Numărul elevilor din clasa a V-a care optează pentru studiul limbii spaniole este egal cu ... .

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

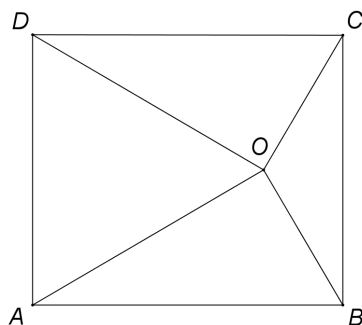
- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghi echilateral.
- 5p** 2. Calculați media geometrică a numerelor  $a = 2^3 + 1$  și  $b = 3 + 3 : 3$ .
- 5p** 3. Ion parcurge cu autocarul un drum în trei zile. În prima zi a parcurs 20% din drum, în a doua zi 30% din rest și în a treia zi ultimii 560 de kilometri din drum. Determinați lungimea drumului parcurs de Ion în cele 3 zile.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 2$ .
- 5p** a) Calculați  $f(2)$ .
- 5p** b) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .

- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{x(x+2)} : \left(1 + \frac{2}{x}\right)$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -2$  și  $x \neq 0$ .  
Arătați că  $E(x) = 1$  pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -2$  și  $x \neq 0$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

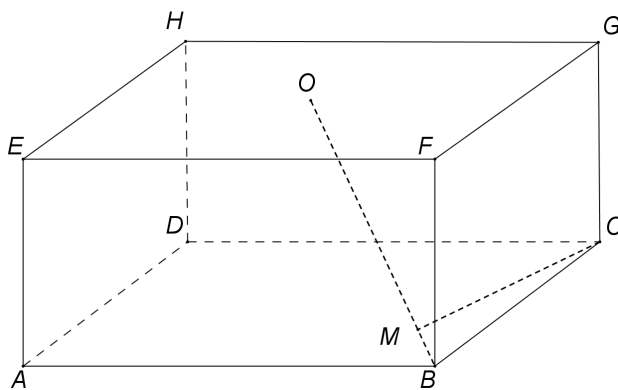
1. *Figura 2* reprezintă schița unui covor în formă de dreptunghi  $ABCD$ . Modelul covorului, prezentat în figură, este format de triunghiurile  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$  și  $DOA$ . Punctul  $O$  este situat în interiorul dreptunghiului  $ABCD$  astfel încât triunghiul  $AOD$  este echilateral,  $AD = 2\text{ m}$  și  $m(\sphericalangle BOC) = 2m(\sphericalangle AOD)$ .



*Figura 2*

- 5p** a) Calculați perimetrul triunghiului  $AOD$ .  
**5p** b) Arătați că distanța de la punctul  $O$  la latura  $BC$  este egală cu  $\frac{\sqrt{3}}{3}\text{ m}$ .  
**5p** c) Arătați că lungimea conturului covorului este mai mică decât  $9\text{ m}$ .

2. În *Figura 3* este reprezentată schematic o cutie de carton cu capac, în formă de prismă dreaptă  $ABCDEFGH$  cu baza  $ABCD$  pătrat,  $AB = 20\text{ cm}$  și  $AE = 10\text{ cm}$ . Punctul  $O$  este mijlocul segmentului  $EG$  și punctul  $M$  este situat pe  $BO$  astfel încât distanța  $CM$  să fie minimă.



*Figura 3*

- 5p** a) Calculați volumul cutiei.  
**5p** b) Aria suprafeței cartonului folosit pentru confecționarea cutiei reprezintă 110% din aria totală a cutiei. Determinați câți centimetri pătrați de carton au fost folosiți pentru confecționarea cutiei.  
**5p** c) Arătați că  $CM = \frac{20\sqrt{6}}{3}\text{ cm}$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2013 - 2014**

**Matematică**

**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 3**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	0	5p
2.	20	5p
3.	8	5p
4.	24	5p
5.	48	5p
6.	13	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma cu baza triunghi Notează prisma	4p 1p
2.	$a = 9$ și $b = 4$ $m_g = \sqrt{9 \cdot 4} = 6$	3p 2p
3.	Ion a parcurs în prima zi $\frac{20}{100} \cdot d = \frac{d}{5}$ , unde $d$ este lungimea drumului	1p
	Ion a parcurs în a doua zi $\frac{30}{100} \cdot \left(d - \frac{20}{100} \cdot d\right) = \frac{6d}{25}$	2p
	$\frac{d}{5} + \frac{6d}{25} + 560 = d \Rightarrow d = 1000$ km	2p
4.	a) $f(2) = 2 - 2 =$ $= 0$	3p 2p
	b) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Trasarea graficului funcției	1p
5.	$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$	2p
	$1 + \frac{2}{x} = \frac{x+2}{x} \Rightarrow E(x) = \frac{(x+2)^2}{x(x+2)} \cdot \frac{x}{x+2} = 1$	3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $P_{\Delta AOD} = 3 \cdot AD =$ $= 6$ m	2p 3p
	b) $m(\sphericalangle OBC) = m(\sphericalangle OCB) = 30^\circ$ $BM = 1$ m, unde punctul $M$ este mijlocul segmentului $BC$	2p 1p
	$OM = \frac{\sqrt{3}}{3}$ m	2p

	c) $AB = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ m} \Rightarrow P_{ABCD} = \frac{12+8\sqrt{3}}{3} \text{ m}$	<b>3p</b>
	$\frac{12+8\sqrt{3}}{3} < 9 \Leftrightarrow 8\sqrt{3} < 15 \Leftrightarrow \sqrt{192} < \sqrt{225}$ adevărat	<b>2p</b>
<b>2.</b>	a) $V_{\text{cutie}} = 20 \cdot 20 \cdot 10 =$ $= 4000 \text{ cm}^3$	<b>3p</b> <b>2p</b>
	b) $\mathcal{A}_{ABCD} = 400 \text{ cm}^2$ și $\mathcal{A}_{\text{laterală}} = 800 \text{ cm}^2 \Rightarrow \mathcal{A}_{\text{totală}} = 1600 \text{ cm}^2$	<b>3p</b>
	Au fost folosiți pentru confecționarea cutiei $\frac{110}{100} \cdot 1600 = 1760 \text{ cm}^2$ de carton	<b>2p</b>
	c) $CM \perp BO \Rightarrow CM \cdot BO = d(O, BC) \cdot BC$	<b>2p</b>
	$BO = 10\sqrt{3}$ și $d(O, BC) = 10\sqrt{2} \Rightarrow CM = \frac{20\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$	<b>3p</b>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**

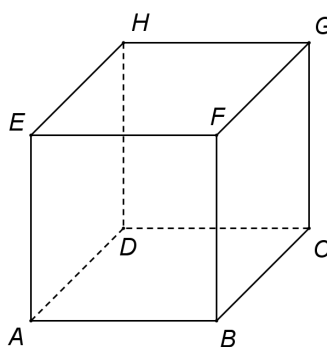
**Varianta 6**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

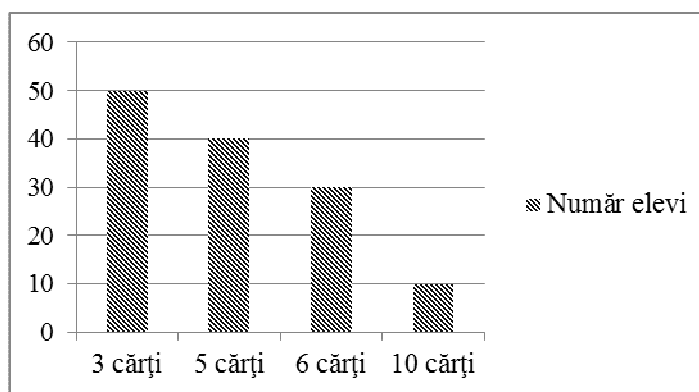
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $4 - 2 \cdot 2$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Dacă  $\frac{a}{6} = \frac{2}{3}$ , atunci numărul  $a$  este egal cu ... .
- 5p** 3. Cel mai mare număr natural care aparține intervalului  $[-3, 3]$  este egal cu ... .
- 5p** 4. Pătratul  $ABCD$  are perimetrul de 24 cm. Latura  $AB$  are lungimea egală cu ... cm.
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub  $ABCDEFGH$  care are latura de 5 cm. Volumul cubului  $ABCDEFGH$  este egal cu ...  $\text{cm}^3$ .



*Figura 1*

- 5p** 6. Elevii claselor a VIII-a dintr-o școală au donat cărți pentru bibliotecă. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția elevilor după numărul de cărți donate bibliotecii de către fiecare elev.



Numărul elevilor care au donat câte 5 cărți este egal cu ... .

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

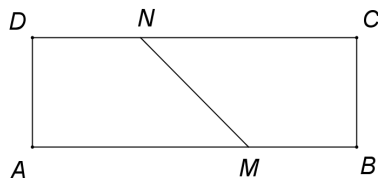
- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată cu vârful  $S$  și baza  $ABCD$ .
- 5p** 2. Determinați numărul real  $a$  știind că  $a\sqrt{3} = \sqrt{27}$ .
- 5p** 3. Cele 428 de scaune dintr-o sală de spectacole sunt așezate în 20 de rânduri, fiecare rând având 21 sau 22 de scaune. Determinați numărul de rânduri din sală care au câte 22 de scaune.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x + 1$ .
- 5p** a) Calculați  $f(1)$ .
- 5p** b) Determinați măsura unghiului  $OMN$ , unde  $M$  și  $N$  sunt punctele de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axele  $Ox$ , respectiv  $Oy$ , ale sistemului de coordonate  $xOy$ .

- 5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{x-2}{x^2-4} \cdot \frac{5x+10}{x-3} + 1 \right) \cdot \frac{x-3}{x+2}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -2$ ,  $x \neq 2$  și  $x \neq 3$ . Arătați că  $E(x) = 1$  pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -2$ ,  $x \neq 2$  și  $x \neq 3$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

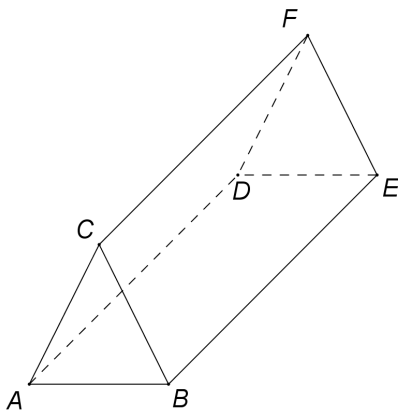
1. *Figura 2* reprezintă schița unui teren în formă de dreptunghi  $ABCD$ , cu dimensiunile  $AB = 30\text{m}$  și  $BC = 10\text{m}$ . Doi frați împart terenul printr-un gard  $MN$ , unde  $M \in (AB)$  și  $N \in (CD)$  astfel încât  $MB = ND = 10\text{m}$ .



*Figura 2*

- 5p a) Calculați perimetrul dreptunghiului  $ABCD$ .  
5p b) Arătați că  $MN$  împarte terenul în două suprafețe cu ariile egale.  
5p c) Pentru construcția gardului  $MN$  sunt folosiți 9 stâlpi. Doi dintre cei 9 stâlpi sunt situați în punctele  $M$  și, respectiv,  $N$ . Știind că stâlpii sunt așezați la distanțe egale, arătați că distanța dintre doi stâlpi consecutivi este mai mare decât  $1,75\text{m}$ .

2. Acoperișul unei clădiri, reprezentat schematic în *Figura 3*, are forma unei prisme drepte  $ABCDEF$  cu  $AD = 10\text{m}$ ,  $AB = 6\text{m}$  și cu bazele triunghiuri echilaterale.



*Figura 3*

- 5p a) Arătați că distanța de la  $C$  la  $AB$  este egală cu  $3\sqrt{3}\text{m}$ .  
5p b) Calculați volumul prisme  $ABCDEF$ .  
5p c) Suprafețele  $ADFC$  și  $BEFC$  au fost acoperite cu tablă. Aria suprafeței de tablă care a fost cumpărată reprezintă 110 % din aria suprafeței care a fost acoperită cu tablă. Determinați câți metri pătrați de tablă s-au cumpărat.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2013 - 2014**

**Matematică**

**Barem de evaluare și de notare**

**Varianta 6**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	0	5p
2.	4	5p
3.	3	5p
4.	6	5p
5.	125	5p
6.	40	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida patrulateră Notează piramida patrulateră	4p 1p
2.	$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ $a = 3$	3p 2p
3.	$22x + 21(20 - x) = 428$ , unde $x$ este numărul rândurilor cu 22 de scaune $x = 8$	2p 3p
4.	a) $f(1) = -1 + 1 =$ $= 0$	3p 2p
	b) $OM = 1, ON = 1$ $\triangle OMN$ dreptunghic isoscel, deci $m(\sphericalangle OMN) = 45^\circ$	2p 3p
	5.	$\frac{x-2}{x^2-4} \cdot \frac{5x+10}{x-3} = \frac{5}{x-3}$ $E(x) = \left(\frac{5}{x-3} + 1\right) \cdot \frac{x-3}{x+2} = 1$

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $P_{ABCD} = 2 \cdot (AB + BC) =$ $= 80 \text{ m}$	2p 3p
	b) $AM = CN = 20 \text{ m}$ $\mathcal{A}_{AMND} = \frac{(AM + DN) \cdot AD}{2} = 150 \text{ m}^2$ $\mathcal{A}_{CNMB} = \frac{(CN + BM) \cdot BC}{2} = 150 \text{ m}^2 \Rightarrow \mathcal{A}_{AMND} = \mathcal{A}_{CNMB}$	1p 2p 2p
	c) $MN = 10\sqrt{2} \text{ m}$ Sunt 9 stâlpi, deci distanța dintre doi stâlpi consecutivi este $10\sqrt{2} : 8$ $10\sqrt{2} : 8 > 1,75 \Leftrightarrow 10\sqrt{2} > 14 \Leftrightarrow 200 > 196$ adevărat	2p 1p 2p

<b>2.</b>	<b>a)</b> Distanța de la $C$ la $AB$ este egală cu înălțimea triunghiului echilateral $\Delta ABC$	<b>2p</b>
	$d(C, AB) = \sqrt{AC^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 3\sqrt{3} \text{ m}$	<b>3p</b>
	<b>b)</b> $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = 9\sqrt{3} \text{ m}^2$	<b>2p</b>
	$V_{\text{prismă}} = AD \cdot \mathcal{A}_{\Delta ABC} = 90\sqrt{3} \text{ m}^3$	<b>3p</b>
	<b>c)</b> Aria suprafețelor acoperite cu tablă este $2 \cdot \mathcal{A}_{BEFC} = 120 \text{ m}^2$	<b>2p</b>
	S-au cumpărat $\frac{110}{100} \cdot 120 = 132 \text{ m}^2$ de tablă	<b>3p</b>



**Test de pregătire pentru EN VIII**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**

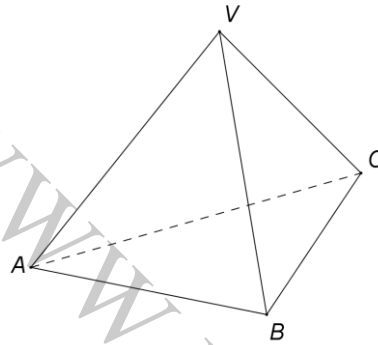
**Test 1**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

**(30 de puncte)**

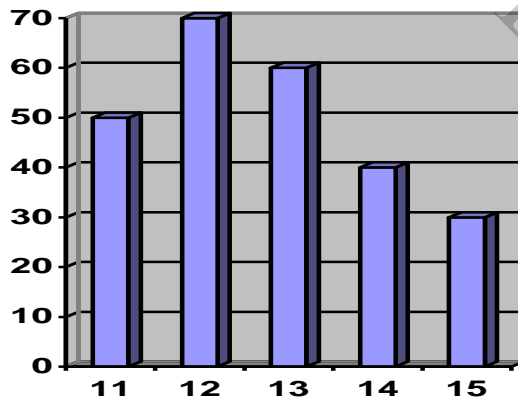
- 5p** 1. Inversul numărului rațional  $\frac{11}{12}$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Patru kilograme de gutui costă 16 lei. Un kilogram de gutui de aceeași calitate costă ... lei.
- 5p** 3. Cel mai mic număr natural care împărțit pe rând la 3 și la 5 dă de fiecare dată restul 2 și câtul diferit de zero este egal cu ... .
- 5p** 4. Un cerc cu raza de 5 cm are lungimea egală cu ... cm.
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat  $VABC$ . Măsura unghiului dintre dreptele  $AV$  și  $AC$  este egală cu ... °.



*Figura 1*

- 5p** 6. În graficul de mai jos este reprezentat numărul de elevi dintr-o școală, pe grupe de vârstă. Numărul elevilor din școală cu vârsta mai mare sau egală cu 14 ani este egal cu ... .

Numărul elevilor



Vârsta în ani împliniți

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ .
- 5p** 2. Determinați numerele întregi  $x$ , știind că  $\frac{11}{2x-1}$  este număr întreg.
- 5p** 3. Prețul unei bluze s-a redus cu 10%, iar după reducere bluza costă 162 de lei. Calculați prețul bluzei înainte de reducere.

4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = px + q$ , unde  $p$  și  $q$  sunt numere reale.
- 5p a) Determinați numerele reale  $p$  și  $q$ , știind că  $f(1) = 1$  și  $f(2) = -1$ .
- 5p b) Pentru  $p = -2$  și  $q = 3$ , reprezentați grafic funcția  $f$  în sistemul de coordonate  $xOy$ .
- 5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{2x-8}{x^2-8x+15} - \frac{1}{x-3} \right) : \frac{1}{x^2-25}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -5$ ,  $x \neq 3$  și  $x \neq 5$ . Arătați că  $E(x) = x+5$ , pentru orice număr real  $x$ ,  $x \neq -5$ ,  $x \neq 3$  și  $x \neq 5$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)**

1. Figura 2 reprezintă schița unei camere în formă de dreptunghi  $ABCD$  cu aria de  $48 \text{ m}^2$ . Se știe că lățimea reprezintă  $\frac{3}{4}$  din lungimea camerei. În interiorul camerei se află un șemineu, reprezentat în schiță de pătratul  $MNP$  cu latura de 1 m. Se montează parchet în cameră, exceptând suprafața hașurată.

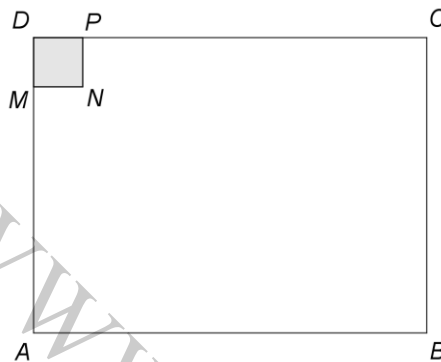


Figura 2

- 5p a) Calculați lungimea camerei.
- 5p b) Știind că pierderile de material reprezintă 10% din suprafața ce va fi acoperită cu parchet, arătați că este necesar să se cumpere  $51,7 \text{ m}^2$  de parchet.
- 5p c) Parchetul se vinde ambalat în cutii care conțin fiecare câte  $2,5 \text{ m}^2$  de parchet. Prețul fiecărei cutii cu parchet este 135 de lei. Determinați suma minimă necesară pentru cumpărarea parchetului.

2. În Figura 3 este reprezentat schematic un acvariu în formă de prismă dreaptă, cu baza pătrat, care are latura bazei de 8 dm și muchia laterală de 5 dm. Fețele laterale ale acvariului sunt confecționate din sticlă. Baza acvariului este confecționată dintr-un alt material. Acvariul nu se acoperă. În acvariu se află apă până la înălțimea de 4 dm (se neglijează grosimea sticlei).

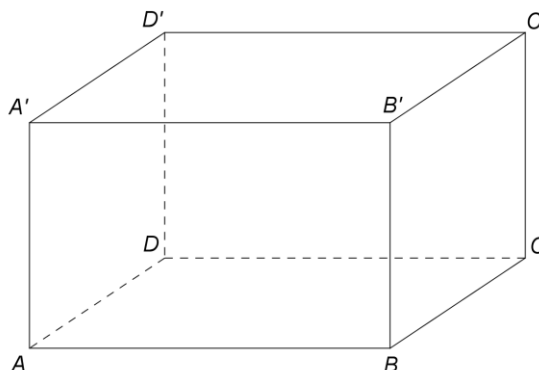


Figura 3

- 5p a) Calculați câți litri de apă sunt în acvariu.
- 5p b) Calculați câți metri pătrați de sticlă sunt necesari pentru confecționarea a 100 de acvarii care au dimensiunile precizate în enunț.
- 5p c) Arătați că, în orice moment, distanța dintre doi pești din acvariu este mai mică sau egală cu 12 dm.

**Test de pregătire pentru EN VIII**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**  
**Barem de evaluare și de notare**

Test 1

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

30 de puncte

1.	$\frac{12}{11}$	5p
2.	4	5p
3.	17	5p
4.	$10\pi$	5p
5.	60	5p
6.	70	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

30 de puncte

1.	Desenează prisma cu baza triunghi echilateral Notează prisma	4p 1p
2.	$2x-1$ este divizor al lui 11 $x=-5$ sau $x=0$ sau $x=1$ sau $x=6$	3p 2p
3.	$x-10\% \cdot x=162$ , unde $x$ este prețul inițial al bluzei $x=180$ de lei	2p 3p
4.	a) $f(1)=p+q \Rightarrow p+q=1$ și $f(2)=2p+q \Rightarrow 2p+q=-1$ $p=-2$ și $q=3$	3p 2p
	b) Reprezentarea corectă a unui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Reprezentarea corectă a altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 1p
5.	$x^2-8x+15=(x-3)(x-5)$ și $x^2-25=(x-5)(x+5)$	2p
	$E(x)=\frac{2x-8-x+5}{(x-3)(x-5)} \cdot (x-5)(x+5)=x+5$	3p

**SUBIECTUL al III-lea**

30 de puncte

1.	a) $BC = \frac{3}{4} \cdot AB$	2p
	$AB \cdot \frac{3}{4} \cdot AB = 48 \Rightarrow AB = 8$ m	3p
	b) $A_{MNP D} = 1\text{m}^2 \Rightarrow A = A_{\text{încăpere}} - A_{MNP D} = 47\text{m}^2$ Sunt necesari $47 + 10\% \cdot 47 = 51,7\text{m}^2$ de parchet	3p 2p
	c) $51,7 : 2,5 = 20,68$ deci sunt necesare 21 de cutii cu parchet $135 \cdot 21 = 2835$ de lei	3p 2p

2.	a) $V_{apă} = 8 \cdot 8 \cdot 4 = 256 \text{ dm}^3$ $256 \text{ dm}^3 = 256 \text{ de litri}$	3p 2p
	b) $A_{\text{laterală}} = 160 \text{ dm}^2 = 1,6 \text{ m}^2$ $100 \cdot 1,6 = 160 \text{ m}^2 \text{ de sticlă}$	3p 2p
	c) Cea mai mare distanță dintre două puncte ale paralelipipedului dreptunghic determinat de apă este lungimea diagonalei $d$ a acestuia $d = 12 \text{ dm}$	3p 2p

VIZITATI WWW.MATEINFO.RO

**Test de pregătire pentru EN VIII**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**

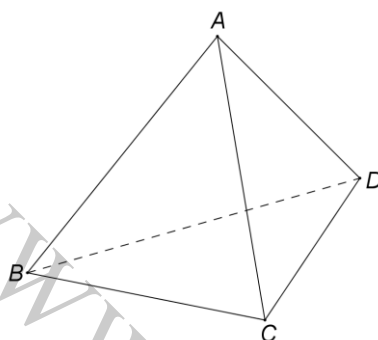
Test 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

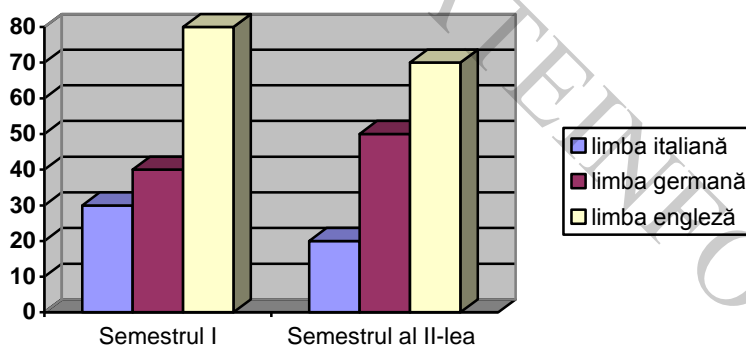
**(30 de puncte)**

- 5p 1. Rezultatul calculului  $16 - 8 : 2$  este egal cu ... .
- 5p 2. Un muncitor, lucrând câte 8 ore pe zi, poate săpa un șanț în 15 zile. Trei muncitori, lucrând câte 8 ore pe zi, sapă același șanț în ... zile.
- 5p 3. Dacă  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$  și  $B = \{2, 3, 4\}$ , atunci  $A \cap B = \{\dots\}$ .
- 5p 4. Un trapez are bazele de 10 cm și respectiv de 16 cm. Lungimea liniei mijlocii a trapezului este egală cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat  $ABCD$  cu muchia de 8 cm. Aria totală a tetraedrului este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .



*Figura 1*

- 5p 6. În graficul de mai jos este reprezentat numărul elevilor unei școli, înscriși la cursuri semestriale de limbi străine. Cel mai mic număr de elevi înscriși la cursurile semestriale de limbi străine s-a înregistrat în semestrul ... .



**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

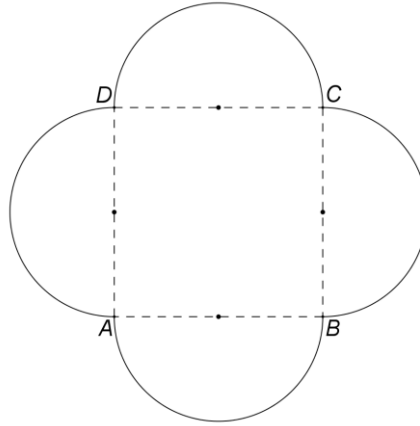
**(30 de puncte)**

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă  $ABCD A' B' C' D'$  cu baza pătratul  $ABCD$ .
- 5p 2. Calculați media aritmetică a numerelor  $a = 8 - 3\sqrt{7} + \frac{1}{2}(3 + \sqrt{7})^2$  și  $b = 24$ .
- 5p 3. O firmă are 120 de angajați. Determinați numărul bărbaților angajați în firmă, știind că numărul femeilor reprezintă 20% din numărul bărbaților.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 3$ .
- 5p a) Determinați numărul real  $a$  știind că  $f(a) = 7$ .
- 5p b) Calculați aria triunghiului determinat de reprezentarea grafică a funcției  $f$ , axa  $Ox$  și axa  $Oy$ .

- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{(x+4) \cdot (3x-2) - 3(x+1)^2 + 11}{4x^3(x+1)} : \frac{1}{x^2(x+1)}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -1$  și  $x \neq 0$ . Arătați că  $E(x) = 1$  pentru orice număr real  $x$ ,  $x \neq -1$  și  $x \neq 0$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)**

1. *Figura 2* reprezintă schița unui teren format dintr-un pătrat și patru semicercuri. Lungimea laturii pătratului este egală cu 10 m. Terenul este înconjurat de un gard.

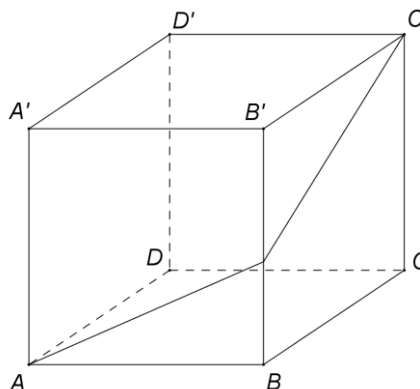


*Figura 2*

- 5p** a) Calculați lungimea gardului.  
**5p** b) Arătați că aria întregului teren este egală cu  $50(\pi + 2) \text{ m}^2$ .  
**5p** c) Pe teren se vor planta trandafiri. Știind că fiecărui trandafir îi este necesară o suprafață de  $25 \text{ dm}^2$ , verificați dacă pe acest teren pot fi plantați 1028 de trandafiri. Se consideră cunoscut faptul că  $3,14 < \pi < 3,15$ .

2. În *Figura 3* este reprezentată schematic o cutie din carton, în formă de paralelipiped dreptunghic, cu dimensiunile bazei de 60 cm și de 40 cm, iar înălțimea de 50 cm (se neglijează grosimea cartonului).

- 5p** a) Calculați câți metri pătrați de carton sunt necesari pentru a confecționa cutia.  
**5p** b) Verificați dacă în cutie încap 125 de cuburi egale, fiecare având muchia de 10 cm.  
**5p** c) Pe fețele laterale ale cutiei  $ABCD A' B' C' D'$ , între punctul  $A$  și punctul  $C'$ , se aplică o bandă adezivă de lungime minimă. Calculați lungimea benzii aplicate.



*Figura 3*

**Test de pregătire pentru EN VIII**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**  
**Barem de evaluare și de notare**

Test 2

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

30 de puncte

1.	12	5p
2.	5	5p
3.	2	5p
4.	13	5p
5.	$64\sqrt{3}$	5p
6.	al II-lea	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

30 de puncte

1.	Desenează prisma cu baza pătrat Notează prisma	4p 1p
2.	$\frac{1}{2}(3+\sqrt{7})^2 = 8+3\sqrt{7} \Rightarrow a=16$ $m_a = \frac{16+24}{2} = 20$	3p 2p
3.	$f+b=120$ , unde $f$ este numărul femeilor și $b$ este numărul bărbaților $f=20\% \cdot b \Rightarrow b=100$	2p 3p
4.	a) $2a+3=7$ $a=2$	2p 3p
	b) $G_f \cap Ox = \{A\} \Rightarrow OA = \frac{3}{2}$ $G_f \cap Oy = \{B\} \Rightarrow OB = 3$ $\mathcal{A}_{\Delta AOB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = \frac{9}{4}$	2p 1p 2p
	5.	$(x+4)(3x-2) = 3x^2 + 10x - 8$ și $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ $E(x) = \frac{4x}{4x^3(x+1)} \cdot \frac{x^2(x+1)}{1} = 1$

**SUBIECTUL al III-lea**

30 de puncte

1.	a) $R = 5$ m Lungimea gardului este egală cu $2 \cdot L_{\text{cerc}} = 2 \cdot 2\pi \cdot 5 = 20\pi$ m	2p 3p
	b) $\mathcal{A}_{\text{disc}} = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$ m <sup>2</sup> $\mathcal{A}_{ABCD} = 10^2 = 100$ m <sup>2</sup> $\Rightarrow \mathcal{A}_{\text{teren}} = 50(\pi + 2)$ m <sup>2</sup>	2p 3p

	c) $1028 \cdot 25 = 25700 \text{ dm}^2 = 257 \text{ m}^2$	<b>3p</b>
	$3,14 < \pi \Rightarrow 5,14 < \pi + 2 \Rightarrow 257 \text{ m}^2 < \mathcal{A}_{\text{teren}}$ , deci pe teren pot fi plantați 1028 de trandafiri	<b>2p</b>
<b>2.</b>	a) $A_{\text{totală cutie}} = 2(60 \cdot 40 + 60 \cdot 50 + 40 \cdot 50) = 14800 \text{ cm}^2 =$ $= 1,48 \text{ m}^2$	<b>3p</b>
	b) $V_{\text{cutie}} = 120000 \text{ cm}^3$ și $V_{\text{cub}} = 1000 \text{ cm}^3$	<b>2p</b>
	În cutie încap cel mult $120000 : 1000 = 120$ de cuburi, deci nu încap 125 de cuburi	<b>3p</b>
	c) Cea mai mică distanță dintre punctele $A$ și $C'$ este lungimea diagonalei unui dreptunghi cu dimensiunile de $60 + 40 = 100 \text{ cm}$ și $50 \text{ cm}$	<b>2p</b>
	Lungimea minimă a benzii aplicate este egală cu $50\sqrt{5} \text{ cm}$	<b>3p</b>

VIZITATI WWW.MATEINFO.RO



**Test de pregătire pentru EN VIII**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**

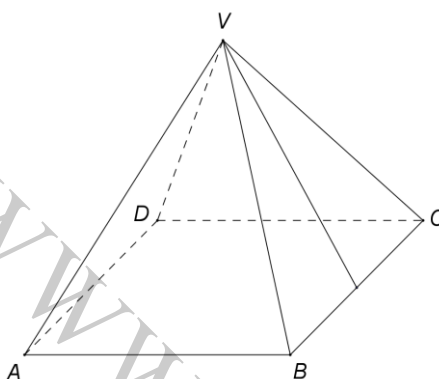
**Test 3**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

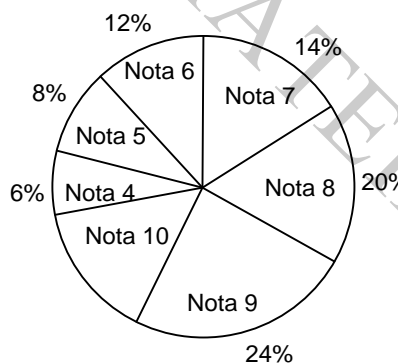
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $4 + 5 \cdot (12 - 3 \cdot 4)$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Cel mai mare număr din mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2\}$  este egal cu ... .
- 5p** 3. Dacă 8 kg de pere costă 24 lei, atunci 4 kg de pere de aceeași calitate costă ... lei.
- 5p** 4. O linie mijlocie a unui triunghi echilateral este de 6 cm. Perimetrul triunghiului echilateral este egal cu ... cm.
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată care are muchia bazei de 10 cm și muchia laterală de 13 cm. Apotema piramidei este de ... cm.



*Figura 1*

- 5p** 6. În diagrama de mai jos sunt reprezentate rezultatele obținute de elevii unei școli la un test.



Nota 10 a fost obținută de ... % din numărul elevilor care au susținut testul.

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub  $ABCDEFGH$ .
- 5p** 2. Un vapor a plecat din portul  $A$  spre portul  $B$  dimineața la ora 7. În aceeași dimineață, la aceeași oră, pe același traseu, din portul  $B$  a plecat spre portul  $A$  o șalupă care se deplasează cu viteza de două ori mai mare decât cea a vaporului. Șalupa și vaporul s-au întâlnit în acea zi la ora 12. Determinați ora sosirii vaporului în portul  $B$ .
- 5p** 3. Matei a cheltuit pentru cumpărarea unor caiete cu 1 leu mai puțin decât jumătate din suma pe care o avea la el. Apoi, Matei a cumpărat o carte cu o treime din banii rămași și cu încă 5 lei. După cumpărarea caietelor și a cărții, lui Matei i-au mai rămas 29 de lei. Calculați suma inițială pe care o avea Matei la el.

4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 2$ .

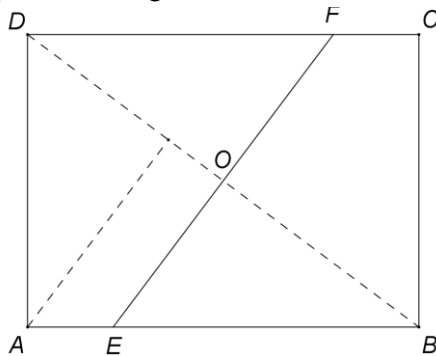
5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  în sistemul de coordonate  $xOy$ .

5p b) Determinați numărul real  $a$  știind că punctul  $T(a, 2a + 4)$  aparține graficului funcției  $f$ .

5p 5. Se consideră  $E(x) = x^2 + (x\sqrt{3} + 1)^2 - (2x - 1)^2 - 2x(\sqrt{3} + 2)$ . Arătați că  $E(x) = 0$  pentru orice număr real  $x$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)**

1. *Figura 2* este schița unui teren în formă de dreptunghi  $ABCD$  care are lățimea  $AD$  de 30 m. Distanța de la punctul  $A$  la dreapta  $BD$  este egală cu 24 m.



*Figura 2*

5p a) Arătați că distanța de la punctul  $B$  la punctul  $D$  este de 50 m.

5p b) Calculați cât la sută dintr-un hectar reprezintă aria terenului  $ABCD$ .

5p c) Terenul  $ABCD$  este împărțit în două parcele de un gard ( $EF$ ), astfel încât dreapta  $EF$  este mediatoarea segmentului  $BD$ . Calculați lungimea gardului ( $EF$ ).

2. În *Figura 3* este reprezentată schematic o piscină în formă de paralelipiped dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  cu dimensiunile bazei de 50 m și 25 m. Adâncimea piscinei este de 2,5 m.



*Figura 3*

5p a) Calculați câți litri de apă sunt necesari pentru a umple complet piscina.

5p b) Calculați numărul minim de plăci de faianță, în formă de pătrat cu latura de 50 cm, necesare pentru a acoperi pereții laterali ai piscinei.

5p c) Arătați că cea mai mică distanță dintre orice punct situat pe marginea superioară a piscinei și centrul bazei  $ABCD$  a piscinei este mai mică de 13 m.

**Test de pregătire pentru EN VIII**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**  
**Barem de evaluare și de notare**

Test 3

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

30 de puncte

1.	4	5p
2.	2	5p
3.	12	5p
4.	36	5p
5.	12	5p
6.	16	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

30 de puncte

1.	Desenează cubul Notează cubul	4p 1p
2.	De la punctul de întâlnire, vaporul mai are de parcurs distanța pe care a parcurs-o șalupa Șalupa a făcut 5 ore, vaporul mai face 10 ore, deci vaporul ajunge la ora $12 + 10 = 22$	2p 3p
3.	După cumpărarea caietelor i-au rămas $S - \left(\frac{1}{2}S - 1\right) = \frac{1}{2}S + 1$ , unde $S$ este suma inițială	1p
	Cartea a costat $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}S + 1\right) + 5$	1p
	$\frac{1}{2}S - 1 + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}S + 1\right) + 5 + 29 = S \Rightarrow S = 100$ de lei	3p
4.	a) Reprezentarea corectă a unui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Reprezentarea corectă a altui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Trasarea graficului funcției $f$	1p
	b) $T(a, 2a + 4) \in G_f \Leftrightarrow f(a) = 2a + 4$	2p
	$3a - 2 = 2a + 4 \Rightarrow a = 6$	3p
5.	$(x\sqrt{3} + 1)^2 = 3x^2 + 2x\sqrt{3} + 1$ și $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$	2p
	$E(x) = x^2 + 3x^2 + 2x\sqrt{3} + 1 - 4x^2 + 4x - 1 - 2x\sqrt{3} - 4x = 0$	3p

**SUBIECTUL al III-lea**

30 de puncte

1.	a) $AM \perp BD$ și $M \in (BD) \Rightarrow \Delta AMD$ dreptunghic în $M \Rightarrow DM = 18$ m	2p
	$\Delta ABD$ dreptunghic în $A \Rightarrow AD^2 = DM \cdot BD \Rightarrow BD = 50$ m	3p
	b) $\mathcal{A}_{ABCD} = 2 \cdot \mathcal{A}_{ABD} = 24 \cdot 50 = 1200$ m <sup>2</sup> și 1ha = 10000 m <sup>2</sup>	2p
	$p\% \cdot 10000 = 1200 \Rightarrow$ aria terenului reprezintă 12% dintr-un hectar	3p
	c) $EF$ mediatoarea lui $BD \Rightarrow EF \parallel AM$	2p
	$\frac{EO}{AM} = \frac{BO}{BM} \Rightarrow EO = \frac{25 \cdot 24}{32} = 18,75 \Rightarrow EF = 37,5$ m	3p

2.	a) $V_{\text{piscină}} = 50 \cdot 25 \cdot 2,5 = 3\,125 \text{ m}^3 =$ $= 3\,125\,000$ de litri	3p
	b) $A_{\text{laterală piscină}} = 2 \cdot (50 + 25) \cdot 2,5 = 375 \text{ m}^2$	2p
	$A_{\text{placă}} = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \text{ m}^2$ , deci numărul minim de plăci este egal cu $375 : 0,25 = 1500$	3p
	c) Punctele de pe marginea superioară a bazinului, situate la cea mai mică distanță față de centrul bazei $ABCD$ a piscinei, sunt mijloacele laturilor $A'B'$ și $C'D'$ Distanța minimă este egală cu $\sqrt{12,5^2 + 2,5^2} = \sqrt{162,5} < \sqrt{169} = 13 \text{ m}$	2p 3p

VIZITATI WWW.MATEINFO.RO

**Test de pregătire pentru EN VIII**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**

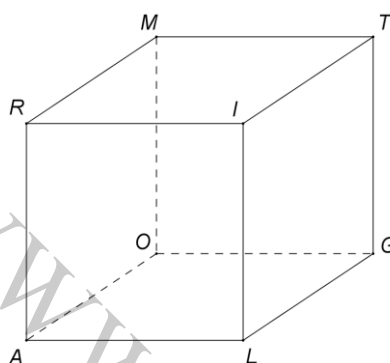
Test 4

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

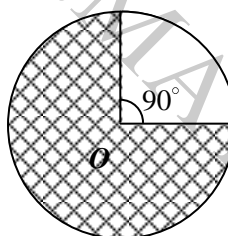
**(30 de puncte)**

- 5p 1. Rezultatul calculului  $515 : 5$  este egal cu ... .
- 5p 2. Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației  $3x - 1 \leq 8$  este intervalul ... .
- 5p 3. O echipă de 8 muncitori poate termina o lucrare în 4 zile. Dacă numărul muncitorilor din echipă se dublează, atunci aceeași lucrare poate fi terminată în ... zile.
- 5p 4. Un pătrat cu lungimea laturii de 3 cm are aria egală cu ...  $\text{cm}^2$ .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat cubul *ALGORITM*. Măsura unghiului dintre dreptele *LT* și *AL* este egală cu ...°.



*Figura 1*

- 5p 6. În graficul de mai jos, porțiunea hașurată reprezintă ... % din suprafața discului de centru *O*.



**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

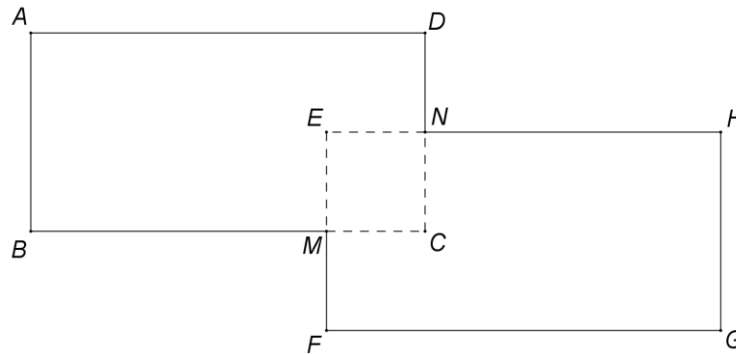
**(30 de puncte)**

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată de vârf *S* și bază *ABC*.
- 5p 2. O cutie conține 22 de bomboane. Mama împarte bomboane din cutie, în mod egal, celor 4 copii ai ei. Determinați numărul minim de bomboane care rămân în cutie.
- 5p 3. Determinați două numere reale pozitive, știind că produsul lor este egal cu 16 și valoarea raportului lor este egală cu 4.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 3$ .
- 5p a) Calculați  $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$ .
- 5p b) Reprezentați grafic funcția  $f$  în sistemul de coordonate  $xOy$ .
- 5p 5. Se consideră  $E(x) = (x\sqrt{2} + 1)^2 - (x\sqrt{2} + 1)(x\sqrt{2} - 1) - 2x\sqrt{2}$ . Arătați că  $E(x) = 2$  pentru orice număr real  $x$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

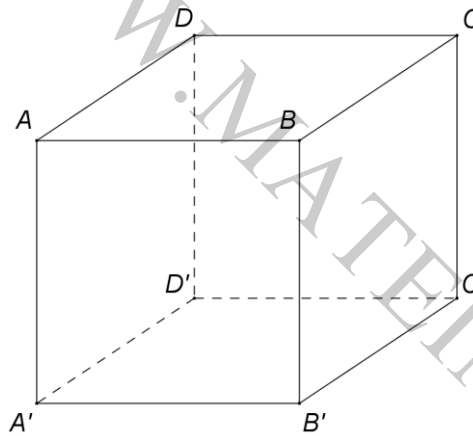
1. *Figura 2* reprezintă schița terasei unui bloc.  $ABCD$  și  $EFGH$  sunt dreptunghiuri,  $BC$  și  $EF$  sunt perpendiculare,  $BC = HE = 40$  m,  $AB = EF = 20$  m și  $ME = EN = 10$  m.



*Figura 2*

- 5p a) Arătați că aria suprafeței terasei este egală cu  $1500 \text{ m}^2$ .
- 5p b) Se acoperă toată suprafața terasei cu trei straturi de folie hidroizolantă. Pentru fiecare strat, suprafața foliei utilizate este egală cu suprafața terasei plus 10% din suprafața acesteia. Câți metri pătrați de folie sunt necesari pentru efectuarea întregii lucrări?
- 5p c) Arătați că, dacă o persoană se deplasează în linie dreaptă între două puncte oarecare ale terasei, distanța astfel parcursă este mai mică decât 80m.

2. În *Figura 3* este reprezentată schematic o cutie în formă de cub  $ABCD A' B' C' D'$  cu muchia de 60 cm. Capacul  $ABCD$  se poate roti în jurul muchiei  $BC$ .



*Figura 3*

- 5p a) Calculați aria totală a cutiei.
- 5p b) Determinați numărul maxim de cubulețe cu muchia de 4 cm, care pot fi așezate în cutie, astfel încât capacul ei să se poată închide.
- 5p c) Deschidem capacul cutiei în poziția  $BCMN$ , astfel încât  $m(\sphericalangle ABN) = 45^\circ$  și îl fixăm cu tija  $AN$ . Arătați că lungimea tijei este mai mare de  $30\sqrt{2}$  cm.

**Test de pregătire pentru EN VIII**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**  
**Barem de evaluare și de notare**

Test 4

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

30 de puncte

1.	103	5p
2.	$(-\infty, 3]$	5p
3.	2	5p
4.	9	5p
5.	90	5p
6.	75	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

30 de puncte

1.	Desenează piramida cu baza triunghi Notează piramida	4p 1p
2.	$22 = 4 \cdot b + r$ , $r \in \{2, 6, 10, 14, 18\}$ , unde $b$ este numărul de bomboane primite de fiecare copil și $r$ este numărul de bomboane rămase în cutie Numărul minim de bomboane care rămân în cutie este egal 2	3p 2p
3.	$ab = 16$ și $\frac{a}{b} = 4$ , unde $a$ și $b$ sunt cele două numere $a = 8$ și $b = 2$	2p 3p
4.	a) $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = 2(1 + 2 + 3 + 4 + 5) - 3 \cdot 5 =$ $= 15$ b) Reprezentarea corectă a unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea corectă a altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	3p 2p 2p 1p
5.	$(x\sqrt{2} + 1)^2 = 2x^2 + 2x\sqrt{2} + 1$ și $(x\sqrt{2} + 1)(x\sqrt{2} - 1) = 2x^2 - 1$ $E(x) = 2x^2 + 2x\sqrt{2} + 1 - 2x^2 + 1 - 2x\sqrt{2} = 2$	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

30 de puncte

1.	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = 800 \text{ m}^2$ , $\mathcal{A}_{EFGH} = 800 \text{ m}^2$ și $\mathcal{A}_{MCNE} = 100 \text{ m}^2$ Aria suprafeței terasei este egală cu $800 + 800 - 100 = 1500 \text{ m}^2$	3p 2p
	b) $1500 \cdot 3 = 4500 \text{ m}^2$ 10% din $4500 = 450 \text{ m}^2$ , deci $4500 + 450 = 4950 \text{ m}^2$ de folie sunt necesari efectuării lucrării	2p 3p
	c) Cea mai mare distanță dintre două puncte oarecare ale terasei este egală cu $AG$ , care este diagonală în dreptunghiul $APGQ$ , unde $\{P\} = AB \cap FG$ și $\{Q\} = AD \cap GH$ $AP = 30$ , $PG = 70 \Rightarrow AG = 10\sqrt{58} < 10\sqrt{64} \Rightarrow AG < 80 \text{ m}$	2p 3p

<b>2.</b>	<b>a)</b> $A_{\text{unei fețe}} = 3600 \text{ cm}^2$	<b>2p</b>
	$A_{\text{totală}} = 6 \cdot 3600 = 21600 \text{ cm}^2$	<b>3p</b>
	<b>b)</b> $V_{\text{cutie}} = 216000 \text{ cm}^3$	<b>2p</b>
	$V_{\text{cubuleț}} = 64 \text{ cm}^3$ , deci numărul maxim de cubulețe este egal cu $216000 : 64 = 3375$	<b>3p</b>
	<b>c)</b> $\triangle ABP$ este dreptunghic isoscel cu $AP = BP = 30\sqrt{2} \text{ cm}$ , unde $AP \perp BN$ , $P \in BN$	<b>2p</b>
	În $\triangle APN$ dreptunghic, $AN$ este ipotenuză $\Rightarrow AN > AP = 30\sqrt{2} \text{ cm}$	<b>3p</b>



**Test de pregătire pentru EN VIII**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**

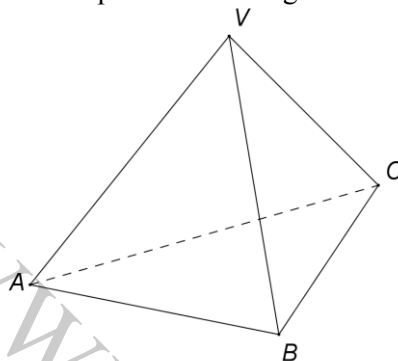
Test 5

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

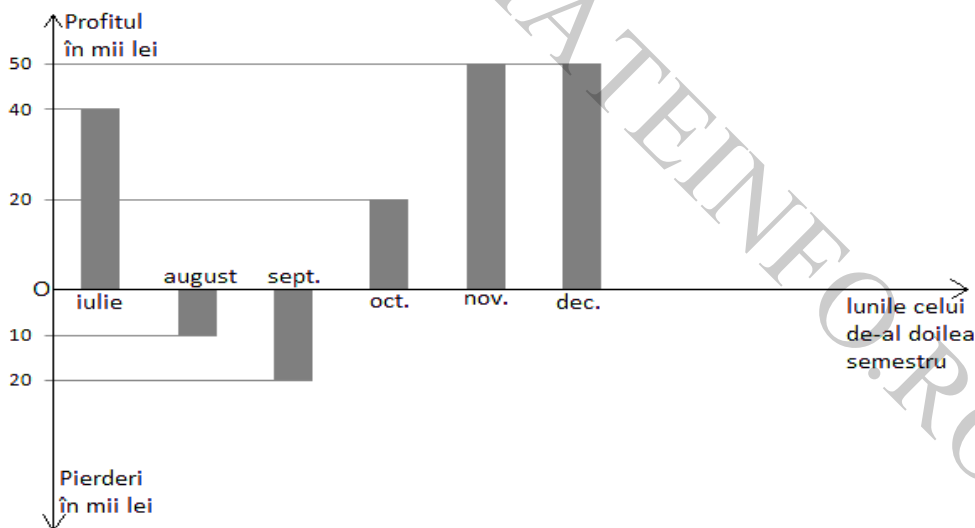
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $\sqrt{64} : 4$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Un pix costă 5 lei. După o reducere cu 20%, prețul pixului este de ... lei.
- 5p** 3. Cel mai mare divizor comun al numerelor 30 și 45 este egal cu ... .
- 5p** 4. Un triunghi echilateral cu latura de 2 cm are aria egală cu ...  $\text{cm}^2$ .
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentată piramida triunghiulară regulată  $VABC$ . Dacă  $AV + AB = 22$  cm, atunci suma lungimilor tuturor muchiilor piramidei este egală cu ... cm.



*Figura 1*

- 5p** 6. În graficul de mai jos sunt reprezentate profiturile sau pierderile lunare ale unei firme în cel de-al doilea semestru al unui an. Numărul lunilor din al doilea semestru în care firma a înregistrat pierderi este egal cu ... .



**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

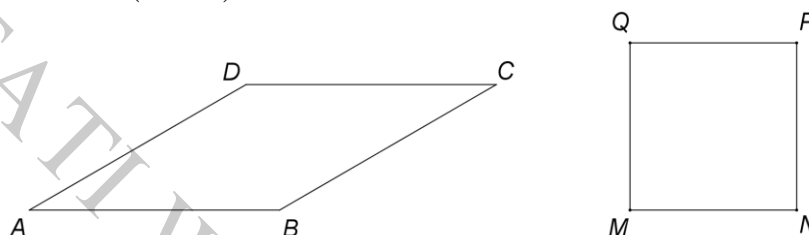
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ .
- 5p** 2. Se consideră numerele reale  $a = \frac{1}{\sqrt{5}+2} + \frac{1}{3+\sqrt{8}}$  și  $b = \frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{3-\sqrt{8}}$ . Arătați că  $a+b = 6+2\sqrt{5}$ .

- 5p** 3. Suma dintre jumătatea unui număr real pozitiv  $x$  și  $\frac{9}{2}$  este egală cu dublul numărului  $x$ .  
Determinați numărul  $x$ .
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + b$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale pentru care  $f(-1) = -5$  și  $f(0) = -2$ .
- 5p** a) Reprezentați grafic funcția  $f$  în sistemul de coordonate  $xOy$ .
- 5p** b) Arătați că  $f(1) = 1$ .
- 5p** 5. Simplificați raportul  $\frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - 9}$  prin  $x - 3$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -3$  și  $x \neq 3$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete. (30 de puncte)**

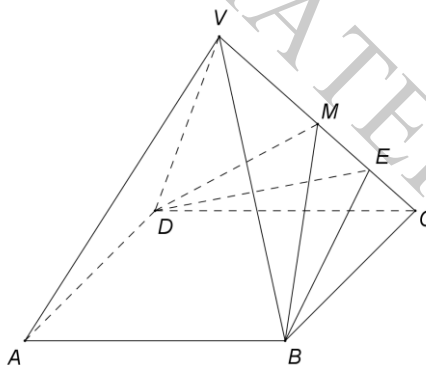
1. În *Figura 2* sunt reprezentate schițele a două suprafețe agricole. Suprafața  $ABCD$  are forma unui romb cu  $AB = 4$  dam și  $m(\sphericalangle BAD) = 30^\circ$ , iar suprafața  $MNPQ$  este un pătrat.



*Figura 2*

- 5p** a) Calculați perimetrul rombului  $ABCD$ .
- 5p** b) Arătați că înălțimea rombului este de 2 dam.
- 5p** c) Dacă ariile suprafețelor  $ABCD$  și  $MNPQ$  sunt egale, arătați că latura rombului și diagonala pătratului au aceeași lungime.

2. *Figura 3* reprezintă schematic un acoperiș în formă de piramidă patrulateră regulată  $VABCD$ , cu muchia laterală  $VA = 26$  m și latura bazei  $AB = 20$  m.



*Figura 3*

- 5p** a) Calculați aria laterală a piramidei  $VABCD$ .
- 5p** b) Un alpinist utilitar se deplasează din punctul  $B$  spre muchia  $CV$  pe drumul cel mai scurt  $[BE]$ . Arătați că dreptele  $DE$  și  $CV$  sunt perpendiculare.
- 5p** c) Pentru efectuarea unor reparații, alpinistul utilitar parcurge, în linie dreaptă, traseul de la punctul  $E$  la punctul  $M \in (CV)$  astfel încât  $CM = \frac{200}{13}$  m și apoi parcurge traseul de la punctul  $M$  la punctul  $D$ . Calculați lungimea traseului  $EM + MD$ .

**Test de pregătire pentru EN VIII**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**  
**Barem de evaluare și de notare**

Test 5

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

30 de puncte

1.	2	5p
2.	4	5p
3.	15	5p
4.	$\sqrt{3}$	5p
5.	66	5p
6.	2	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

30 de puncte

1.	Desenează prisma cu baza triunghi echilateral Notează prisma	4p 1p
2.	$a = \sqrt{5} - \sqrt{8} + 1$ și $b = \sqrt{5} + \sqrt{8} + 5$ $a + b = \sqrt{5} - \sqrt{8} + 1 + \sqrt{5} + \sqrt{8} + 5 = 6 + 2\sqrt{5}$	2p 3p
3.	$\frac{x}{2} + \frac{9}{2} = 2x$ $x = 3$	2p 3p
4.	<b>b)</b> Reprezentarea corectă a punctului $(-1, -5)$ care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea corectă a punctului $(0, -2)$ care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	<b>b)</b> $a = 3$ și $b = -2$ $f(1) = 3 \cdot 1 - 2 = 1$	3p 2p
5.	$2x^2 - 7x + 3 = (x - 3)(2x - 1)$ și $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$ $\frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - 9} = \frac{2x - 1}{x + 3}$	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

30 de puncte

1.	<b>a)</b> $P_{\text{romb}} = 4 \cdot 4 =$ $= 16 \text{ dam}$	2p 3p
	<b>b)</b> $\triangle AMD$ dreptunghic în $M$ , unde $DM \perp AB$ și $M \in AB \Rightarrow \sin(\sphericalangle MAD) = \frac{DM}{AD}$ $\frac{1}{2} = \frac{DM}{4} \Rightarrow DM = 2 \text{ dam}$	2p 3p
	<b>c)</b> $A_{\text{romb}} = AB \cdot DM = 8 \Rightarrow l^2 = 8 \Rightarrow l = 2\sqrt{2} \text{ dam}$ , unde $l$ este latura pătratului Diagonala pătratului este $l\sqrt{2} = 4 = AB$	3p 2p

<b>2.</b>	a) Apotema piramidei este de 24m	<b>2p</b>
	$A_{\text{laterală}} = \frac{4 \cdot 20 \cdot 24}{2} = 960 \text{m}^2$	<b>3p</b>
	b) $BE \perp CV$	<b>2p</b>
	$\triangle BEC \cong \triangle DEC \Rightarrow \sphericalangle DEC \cong \sphericalangle BEC \Rightarrow DE \perp CV$	<b>3p</b>
	c) $BE = \frac{240}{13} \Rightarrow CE = \frac{100}{13}$	<b>2p</b>
$BE \perp CM, CE = EM \Rightarrow MB = CB = 20\text{m}$	<b>2p</b>	
$\triangle BMC \cong \triangle DMC \Rightarrow MB = MD \Rightarrow EM + DM = \frac{360}{13} \text{m}$	<b>1p</b>	

VIZITATI WWW.MATEINFO.RO

**Evaluarea Națională pentru absolvenții clasei a VIII-a**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**

**Model**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $7 \cdot 3 + 14 : 2$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Patru caiete de același tip costă 8 lei. Trei caiete de același tip costă ... lei.
- 5p** 3. Cel mai mare număr natural par care aparține intervalului  $(-2, 3]$  este numărul ... .
- 5p** 4. Perimetrul unui pătrat este egal cu 20 cm. Aria pătratului este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .
- 5p** 5. În Figura 1 este reprezentat un tetraedru regulat  $ABCD$  în care  $BC = 6$  cm. Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului regulat  $ABCD$  este egală cu ... cm.

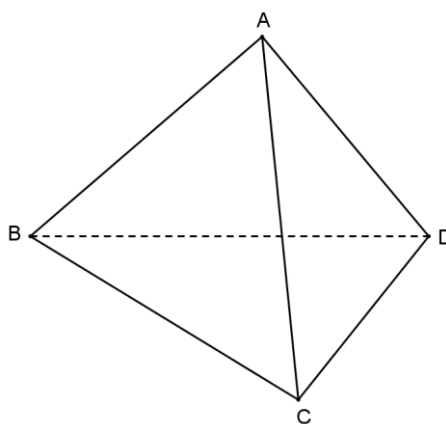


Figura 1

- 5p** 6. În tabelul de mai jos este prezentată repartitia elevilor unei clase, după sportul la care sunt înscriși în cadrul unui club sportiv.

Tip de activitate	volei	baschet	tenis	handbal
Număr de elevi	10	7	4	5

Numărul elevilor din clasă care sunt înscriși la volei este egal cu ... .

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub  $ABCDEFGH$ .
- 5p** 2. Calculați media aritmetică a numerelor  $a$  și  $b$ , știind că  $a = \frac{5}{3} - \frac{3}{7}$  și  $b = \frac{1}{3} + \frac{3}{7}$ .
- 5p** 3. Într-o clasă sunt 27 de elevi. Numărul băieților din clasă reprezintă 80% din numărul fetelor din clasă. Determinați numărul băieților din acea clasă.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 4$ .
- 5p** a) Arătați că  $f(-2) + f(2) = -8$ .
- 5p** b) Determinați aria triunghiului  $OAB$ , unde  $O$  este originea sistemului de coordonate  $xOy$ ,  $A$  este punctul de pe graficul funcției  $f$  care are abscisa egală cu 2, iar  $B$  este punctul de pe graficul funcției  $f$  care are ordonata egală cu 2.
- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{x+1}{x^2+1} : \frac{(x-1)^2 - x(x-2)}{x^2+1}$ , unde  $x$  este număr real. Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația  $E(x) = 1$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. Figura 2 este schița unei zone de agrement în formă de dreptunghi  $ABCD$ , cu lungimea  $AB = 30$  m și lățimea  $BC = 20$  m. În interiorul zonei de agrement se află un lac în formă de cerc cu raza de 10 m. Cercul intersectează latura  $AB$  în punctul  $P$  și latura  $BC$  în punctul  $M$ , astfel încât  $PB = BM = MC$ .

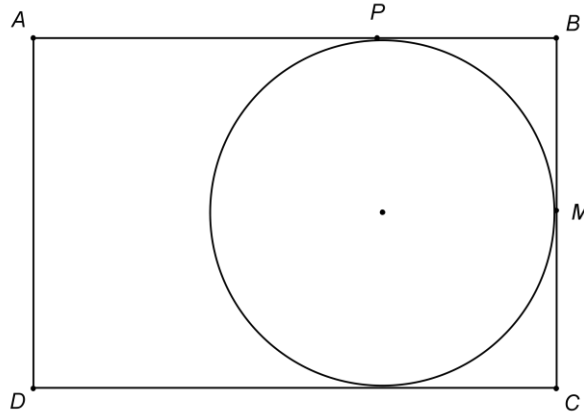


Figura 2

5p a) Calculați aria suprafeței lacului.

5p b) Determinați aria triunghiului  $DPM$ .

5p c) În exteriorul lacului, zona de agrement este acoperită cu gazon. Verificați dacă aria suprafeței acoperite cu gazon este mai mică decât aria suprafeței lacului. Se consideră cunoscut faptul că  $3,14 < \pi < 3,15$ .

2. În Figura 3 este reprezentat schematic un cort în formă de piramidă patrulateră regulată  $VABCD$ , în care  $VA = AB = 4$  m. Intersecția diagonalelor  $AC$  și  $BD$  se notează cu  $O$ .

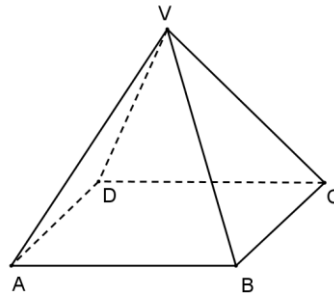


Figura 3

5p a) Arătați că  $OA = OV$ .

5p b) Calculați câți metri pătrați de pânză sunt necesari pentru confecționarea cortului, știind că toate fețele sunt din pânză, inclusiv podeaua. Se neglijează pierderile de material.

5p c) Determinați distanța de la punctul  $O$  la o față laterală a piramidei patrulateră regulată  $VABCD$ .

**Evaluarea Națională pentru absolvenții clasei a VIII-a**  
**Anul școlar 2013 - 2014**  
**Matematică**  
**Barem de evaluare și de notare**

Model

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	28	5p
2.	6	5p
3.	2	5p
4.	25	5p
5.	36	5p
6.	10	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	Desenează cubul Notează cubul	4p 1p
2.	$m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{\frac{5}{3} - \frac{3}{7} + \frac{1}{3} + \frac{3}{7}}{2} = 1$	2p 3p
3.	Se notează cu $f$ numărul fetelor și cu $b$ numărul băieților $\Rightarrow f + b = 27$ $b = \frac{80}{100} \cdot f$ $b = \frac{4}{5} \cdot (27 - b) \Rightarrow b = 12$	1p 2p 2p
4.	a) $f(-2) = -8$ $f(2) = 0$ $f(-2) + f(2) = -8$	2p 2p 1p
	b) $f(2) = 0 \Rightarrow A(2,0)$ $f(x) = 2 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow B(3,2)$ $\mathcal{A}_{\triangle OAB} = 2$	1p 1p 3p
	5.	$\frac{(x-1)^2 - x(x-2)}{x^2+1} = \frac{1}{x^2+1}$ $E(x) = 1 \Leftrightarrow x+1 = 1 \Leftrightarrow x = 0$

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) $\mathcal{A}_{\text{fac}} = \pi r^2 = \pi \cdot 10^2 =$ $= 100\pi \text{ m}^2$	3p 2p
	b) $\mathcal{A}_{\triangle ADP} = 200 \text{ m}^2, \mathcal{A}_{\triangle PBM} = 50 \text{ m}^2, \mathcal{A}_{\triangle DCM} = 150 \text{ m}^2$ $\mathcal{A}_{\triangle DPM} = \mathcal{A}_{ABCD} - \mathcal{A}_{\triangle ADP} - \mathcal{A}_{\triangle PBM} - \mathcal{A}_{\triangle DCM} \Rightarrow \mathcal{A}_{\triangle DPM} = 600 - 200 - 50 - 150 = 200 \text{ m}^2$	3p 2p

	<p><b>c)</b> <math>\mathcal{A}_{ABCD} = 600 \text{ m}^2 \Rightarrow \mathcal{A}_{\text{suprafeței gazonului}} = (600 - 100\pi) \text{ m}^2</math>  <math>(600 - 100\pi) - 100\pi = 200(3 - \pi) &lt; 0</math> pentru că <math>\pi &gt; 3</math>, deci aria suprafeței acoperite cu gazon este mai mică decât aria suprafeței lacului</p>	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>OA = 2\sqrt{2} \text{ m}</math>  <math>VA^2 = VO^2 + OA^2 \Rightarrow OV = 2\sqrt{2} \text{ m} \Rightarrow OA = OV</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> Lungimea apotemei piramidei este egală cu <math>2\sqrt{3} \text{ m}</math>  <math>\mathcal{A}_b = l^2 = 16 \text{ m}^2</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p>
	<p><math>\mathcal{A}_l = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = 16\sqrt{3} \text{ m}^2</math></p>	<p><b>1p</b></p>
	<p><math>\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_b + \mathcal{A}_l = 16 + 16\sqrt{3} = 16(1 + \sqrt{3}) \text{ m}^2</math></p>	<p><b>1p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>d(O, (VBC)) = OM</math>, unde <math>M</math> este piciorul perpendicularei duse din <math>O</math> pe <math>VN</math>, iar <math>N</math> este mijlocul laturii <math>BC</math>  <math>OM = \frac{OV \cdot ON}{VN} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ m}</math></p>	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2014 - 2015

Matematică

Varianta 7

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

5p 1. Rezultatul calculului  $10 \cdot 2 - 20$  este egal cu ... .

5p 2. Dacă  $\frac{a}{4} = \frac{3}{2}$ , atunci  $a$  este egal cu ... .

5p 3. Cel mai mare număr natural care aparține intervalului  $[1,5]$  este egal cu ... .

5p 4. Pătratul  $ABCD$  are latura de 6 cm. Perimetrul pătratului  $ABCD$  este egal cu ... cm.

5p 5. În Figura 1 este reprezentat un cub  $ABCDEFGH$ . Măsura unghiului determinat de dreptele  $AB$  și  $BF$  este egală cu ... °.

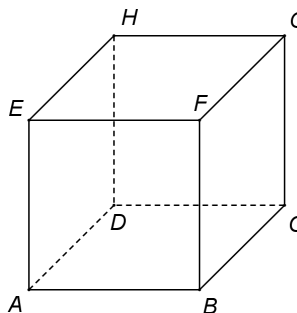
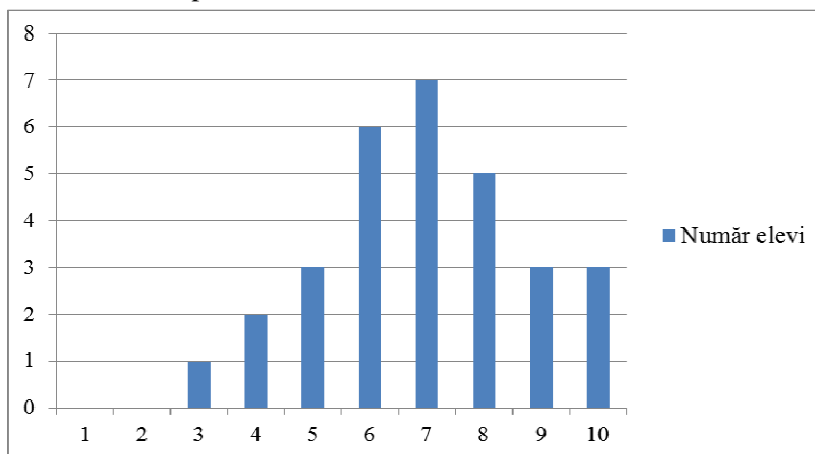


Figura 1

5p 6. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția elevilor unei clase a VIII-a, în funcție de notele obținute la teza de matematică pe semestrul al II-lea.



Numărul elevilor care au obținut nota 10 este egal cu ... .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$ .

5p 2. Calculați media aritmetică a numerelor de două cifre, multipli ai lui 40.

5p 3. Mihai a cheltuit o sumă de bani în două zile. În prima zi Mihai a cheltuit 30% din sumă, iar în a doua zi restul de 35 de lei. Calculați suma de bani cheltuită de Mihai în prima zi.

4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$ .

5p a) Calculați  $f(-2)$ .

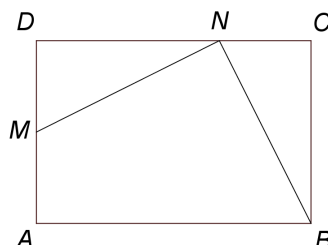
5p b) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .

- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{x^2 - 49}{x^2 - 7x} - \frac{2x + 7}{x^2 + x} : \frac{1}{x + 1}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -1$ ,  $x \neq 0$  și  $x \neq 7$ . Arătați că  $E(x) = -1$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -1$ ,  $x \neq 0$  și  $x \neq 7$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

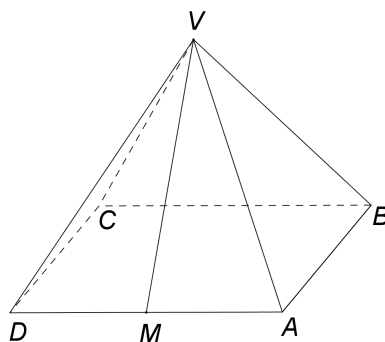
1. *Figura 2* este schița unui teren în formă de dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB = 150$  m și  $AD = 100$  m. Punctul  $M$  este mijlocul laturii  $AD$ , iar punctul  $N$  este situat pe latura  $DC$  astfel încât  $DN = 2NC$ .



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că aria terenului  $ABCD$  este egală cu 1,5ha .  
**5p** b) Demonstrați că triunghiul  $MNB$  este isoscel.  
**5p** c) Calculați măsura unghiului format de dreptele  $MN$  și  $NB$  .

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  cu  $VA = 3\sqrt{5}$  dm și  $AB = 6$  dm . Punctul  $M$  este mijlocul laturii  $AD$  .



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că  $VM = 6$  dm .  
**5p** b) Calculați câte grame de vopsea sunt necesare pentru vopsirea suprafeței laterale a piramidei, știind că pentru vopsirea unei suprafețe de un decimetru pătrat se folosesc 30 grame de vopsea.  
**5p** c) Demonstrați că sinusul unghiului dintre planele  $(VAD)$  și  $(VBC)$  este egal cu  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2014 - 2015**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 7**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	0	5p
2.	6	5p
3.	5	5p
4.	24	5p
5.	90	5p
6.	3	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic Notează paralelipipedul dreptunghic	4p 1p
2.	$m_a = \frac{40+80}{2} =$ $= 60$ Se acordă punctajul maxim și în cazul în care candidații au luat în considerare și multiplii negativi de două cifre, iar media aritmetică este calculată corect	3p 2p
3.	În cele două zile Mihai a cheltuit $x + 35$ , unde $x$ este suma cheltuită în prima zi $\frac{30}{100} \cdot (x + 35) = x$ $x = 15$ lei	1p 2p 2p
4.	a) $f(-2) = -2 + 2 =$ $= 0$	3p 2p
	b) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 1p
5.	$x^2 - 49 = (x-7)(x+7)$ , $x^2 - 7x = x(x-7)$ și $x^2 + x = x(x+1)$	3p
	$E(x) = \frac{(x-7)(x+7)}{x(x-7)} - \frac{2x+7}{x(x+1)} \cdot \frac{x+1}{1} = \frac{x+7}{x} - \frac{2x+7}{x} = \frac{-x}{x} = -1$	2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = 150 \cdot 100 =$	2p
	$= 15000 \text{ m}^2 = 1,5 \text{ ha}$	3p
	b) $DM = 50 \text{ m}$ , $DN = 100 \text{ m}$ , $CN = 50 \text{ m}$	3p
	$DM = CN$ , $DN = CB \Rightarrow \triangle MND \cong \triangle NBC (CC) \Rightarrow MN = NB$ , deci $\triangle MNB$ este isoscel	2p

	<p>c) <math>\sphericalangle DMN \equiv \sphericalangle CNB</math> și <math>m(\sphericalangle MND) + m(\sphericalangle DMN) = 90^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle MND) + m(\sphericalangle CNB) = 90^\circ</math>  <math>m(\sphericalangle MNB) = 180^\circ - (m(\sphericalangle MND) + m(\sphericalangle CNB)) = 90^\circ</math></p>	<p><b>3p</b> <b>2p</b></p>
<b>2.</b>	<p>a) <math>AM = 3 \text{ dm}</math>  <math>VM^2 = VA^2 - AM^2 \Rightarrow VM = 6 \text{ dm}</math></p>	<p><b>2p</b> <b>3p</b></p>
	<p>b) <math>\mathcal{A}_{\text{laterală}} = \frac{P_{ABCD} \cdot VM}{2} = 72 \text{ dm}^2</math>  Cantitatea de vopsea necesară pentru vopsirea suprafeței laterale este <math>72 \cdot 30 = 2160 \text{ g}</math></p>	<p><b>3p</b> <b>2p</b></p>
	<p>c) <math>AD \subset (VAD)</math>, <math>BC \subset (VBC)</math> și <math>AD \parallel BC \parallel d</math>, unde <math>d = (VAD) \cap (VBC)</math>  <math>N</math> este mijlocul lui <math>(BC) \Rightarrow VN \perp BC</math> și cum <math>VM \perp AD</math>, obținem</p>	<p><b>1p</b> <b>2p</b></p>
	<p><math>m(\sphericalangle((VAD), (VBC))) = m(\sphericalangle(VM, VN))</math>  <math>\Delta VMN</math> echilateral <math>\Rightarrow \sin(\sphericalangle MVN) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}</math></p>	<p><b>2p</b></p>

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2014 - 2015

Matematică

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $10 + 100 : 2$  este egal cu ... .
- 5p 2. Patru pixuri de același fel costă 20 de lei. Opt astfel de pixuri costă ... lei.
- 5p 3. Dacă  $A = \{2, 3, 4, 5\}$  și  $B = \{0, 1, 2\}$ , atunci mulțimea  $A \cap B$  este egală cu  $\{\dots\}$ .
- 5p 4. Pătratul  $ABCD$  are latura de 5 cm. Aria pătratului  $ABCD$  este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentată o sferă cu raza de 3 cm. Volumul sferei este egal cu ...  $\pi \text{cm}^3$ .

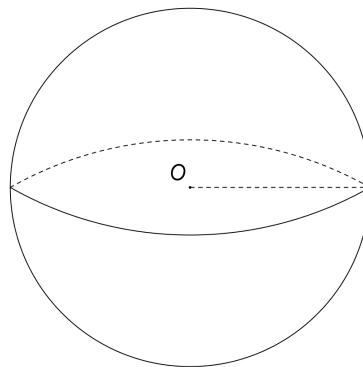
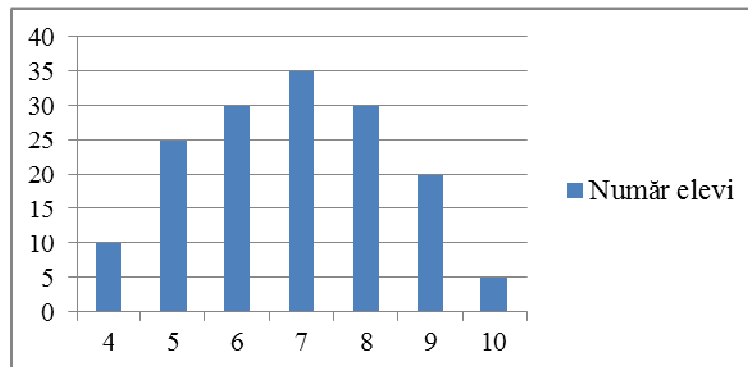


Figura 1

- 5p 6. În graficul de mai jos este prezentată repartiția elevilor claselor a VIII-a dintr-o școală, în funcție de notele obținute la teza de matematică pe semestrul I.



Numărul elevilor care au obținut nota 9 este egal cu ... .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

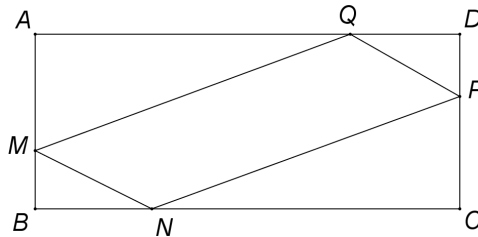
- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic  $ABCDEFGH$ .
- 5p 2. Calculați media aritmetică a numerelor reale  $x = 2(4 - \sqrt{7})$  și  $y = 2\sqrt{7}$ .
- 5p 3. Un autoturism a parcurs un traseu în două zile. În prima zi autoturismul a parcurs 30% din lungimea traseului, iar în a doua zi autoturismul a parcurs restul de 350 km. Calculați lungimea întregului traseu.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + 3$ , unde  $a$  este un număr real.
- 5p a) Determinați numărul real  $a$ , știind că  $f(-3) = 0$ .
- 5p b) Pentru  $a = 1$ , arătați ca triunghiul  $OAB$  este isoscel, unde  $A$  și  $B$  sunt punctele de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axele  $Ox$ , respectiv  $Oy$  ale sistemului de coordonate  $xOy$ .

- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{(x+1)^2 - 4}{x} : \frac{x^2 - x}{x^2}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq 0$  și  $x \neq 1$ .  
Determinați numărul real  $m$ ,  $m \neq 0$  și  $m \neq 1$ , știind că  $E(m) = 5$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

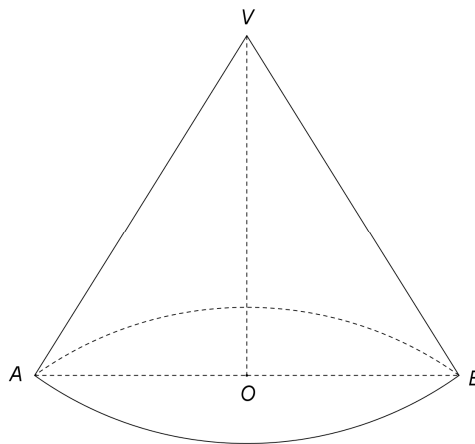
**(30 de puncte)**

1. *Figura 2* este schița unui patinoar în formă de dreptunghi  $ABCD$ , cu lungimea  $AD = 30\sqrt{3}$  m și lățimea  $AB = 30$  m. Un patinator pornește din punctul  $M$  situat pe latura  $AB$  astfel încât  $BM = 10$  m și patinează paralel cu diagonalele dreptunghiului atingând latura  $BC$  în  $N$ , latura  $CD$  în  $P$ , latura  $DA$  în  $Q$  și se întoarce în punctul  $M$ .



*Figura 2*

- 5p** a) Calculați aria dreptunghiului  $ABCD$ .  
**5p** b) Arătați că  $m(\sphericalangle NMQ) = 60^\circ$ .  
**5p** c) Arătați că distanța parcursă de patinator pe traseul  $M \rightarrow N \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow M$  este egală cu 120 m.
2. În *Figura 3* este reprezentat un con circular drept cu înălțimea  $VO$ ,  $VO = 12$  cm. Segmentul  $AB$  este diametru al bazei conului și  $VA = 15$  cm.



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că volumul conului circular drept este egal cu  $324\pi$  cm<sup>3</sup>.  
**5p** b) Calculați valoarea sinusului unghiului format de generatoarea conului cu planul bazei.  
**5p** c) Conul se secționează cu un plan paralel cu planul bazei astfel încât aria secțiunii formate este egală cu  $9\pi$  cm<sup>2</sup>. Determinați distanța de la punctul  $V$  la planul de secțiune.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2014 - 2015**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Model**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	60	5p
2.	40	5p
3.	2	5p
4.	25	5p
5.	36	5p
6.	20	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul Notează paralelipipedul	4p 1p
2.	$x = 8 - 2\sqrt{7}$ $m_a = \frac{(8 - 2\sqrt{7}) + 2\sqrt{7}}{2} = 4$	2p 3p
3.	În prima zi parcurge $30\% \cdot x = \frac{3x}{10}$ , unde $x$ este lungimea întregului traseu	2p
	$\frac{3x}{10} + 350 = x \Rightarrow x = 500 \text{ km}$	3p
4.	a) $f(-3) = (-3) \cdot a + 3$ $-3a + 3 = 0 \Leftrightarrow a = 1$	2p 3p
	b) $f(x) = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow OA = 3$ $f(0) = 3 \Rightarrow OB = 3 \Rightarrow \triangle OAB$ este isoscel	2p 3p
5.	$(x+1)^2 - 4 = (x-1)(x+3)$ și $x^2 - x = x(x-1)$	2p
	$E(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{x} \cdot \frac{x^2}{x(x-1)} = x+3$	2p
	$m+3 = 5 \Leftrightarrow m = 2$	1p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	$\mathcal{A}_{ABCD} = 30\sqrt{3} \cdot 30 =$	3p
	$= 900\sqrt{3} \text{ m}^2$	2p
	b) $MN \parallel AC$ și $MQ \parallel BD \Rightarrow m(\sphericalangle NMQ) = m(\sphericalangle COD)$ , unde $O$ este punctul de intersecție a diagonalelor dreptunghiului $ABCD$	2p
	$AC = BD = 60 \text{ m} \Rightarrow OD = OC = CD \Rightarrow \triangle ODC$ este echilateral de unde $m(\sphericalangle NMQ) = 60^\circ$	3p

	<b>c)</b> $MN \parallel AC \Rightarrow \Delta BMN \sim \Delta BAC \Rightarrow \frac{BM}{BA} = \frac{MN}{AC} \Rightarrow MN = 20 \text{ m}$	<b>1p</b>
	$MQ \parallel BD \Rightarrow \Delta AMQ \sim \Delta ABD \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MQ}{BD} \Rightarrow MQ = 40 \text{ m}$	<b>2p</b>
	$MNPQ$ paralelogram $\Rightarrow MN + NP + PQ + QM = 2(MN + MQ) = 120 \text{ m}$	<b>2p</b>
<b>2.</b>	<b>a)</b> $AO = 9 \text{ cm} \Rightarrow \mathcal{A}_{\text{bazei}} = 81\pi \text{ cm}^2$	<b>3p</b>
	$V_{\text{con}} = \frac{81\pi \cdot 12}{3} = 324\pi \text{ cm}^3$	<b>2p</b>
	<b>b)</b> Notăm cu $\alpha$ planul bazei conului: $VO \perp \alpha \Rightarrow m(\sphericalangle(VA, \alpha)) = m(\sphericalangle VAO)$	<b>2p</b>
	$\sin(\sphericalangle VAO) = \frac{VO}{VA} = \frac{4}{5}$	<b>3p</b>
	<b>c)</b> $\pi r^2 = 9\pi \Rightarrow r = 3 \text{ cm}$ , unde $r$ este raza secțiunii	<b>2p</b>
$\frac{VO'}{VO} = \frac{r}{AO}$ , unde $VO'$ este distanța de la punctul $V$ la planul de secțiune, de unde $VO' = 4 \text{ cm}$	<b>3p</b>	



**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2014 - 2015**  
**Matematică**

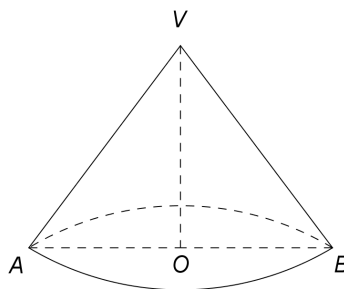
**Varianta 3**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $10:5-2$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Dacă  $\frac{x}{9} = \frac{5}{3}$ , atunci  $x$  este egal cu ... .
- 5p** 3. Cel mai mic număr natural de două cifre este egal cu ... .
- 5p** 4. Trapezul  $ABCD$  are bazele  $AB = 6$  cm și  $CD = 4$  cm. Linia mijlocie a trapezului  $ABCD$  are lungimea de ... cm .
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un con circular drept cu raza bazei  $AO = 3$  cm și generatoarea  $VA = 5$  cm. Înălțimea  $VO$  a acestui con este egală cu ... cm .



*Figura 1*

- 5p** 6. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile măsurate la o stație meteorologică, la aceeași oră, în fiecare zi a unei săptămâni din luna aprilie.

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )	11	18	15	15	13	19	17

Cea mai mare temperatură măsurată în acea săptămână a fost egală cu ...  $^{\circ}\text{C}$  .

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

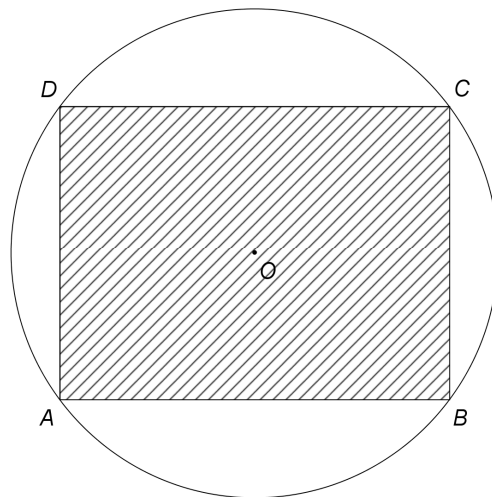
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic  $ABCDEFGH$  .
- 5p** 2. Calculați media geometrică a numerelor  $x = 8 - 2 \cdot 3$  și  $y = 2^3$  .
- 5p** 3. Într-o clasă cu 30 de elevi, numărul băieților reprezintă 40% din numărul elevilor clasei. Determinați numărul fetelor din această clasă.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 3$  .
- 5p** a) Calculați  $f(3)$  .
- 5p** b) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$  .
- 5p** 5. Se consideră  $E(n) = (3n + 7)^2 - 2(3n + 7) + 1$ , unde  $n$  este număr natural. Arătați că  $E(n)$  este pătrat perfect divizibil cu 9, pentru orice număr natural  $n$  .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

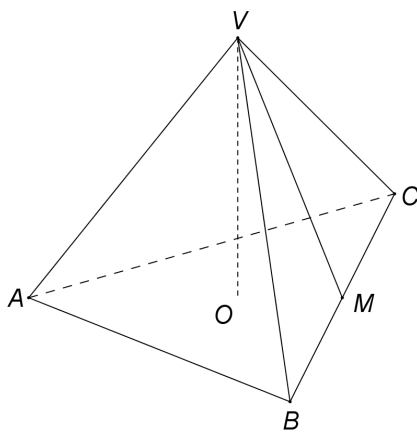
1. *Figura 2* este schița unui aranjament floral dintr-un parc. Vârfurile dreptunghiului  $ABCD$  sunt situate pe cercul de centru  $O$  și rază  $OA = 5$  m, iar  $AB = 8$  m. Pe suprafața hașurată sunt plantate flori, iar suprafața nehașurată din interiorul cercului este acoperită cu gazon.



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că lungimea cercului de centru  $O$  și rază  $OA$  este egală cu  $10\pi$  m .  
**5p** b) Calculați perimetrul dreptunghiului  $ABCD$  .  
**5p** c) Arătați că suprafața acoperită cu gazon are aria mai mică decât  $30,75$  m<sup>2</sup> . Se consideră cunoscut faptul că  $3,14 < \pi < 3,15$  .

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată  $VABC$  cu înălțimea  $VO$ ,  $BC = 12$  cm și  $VM = 6$  cm, unde punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $BC$  .



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că aria triunghiului  $VBC$  este egală cu  $36$  cm<sup>2</sup> .  
**5p** b) Calculați volumul piramidei  $VABC$  .  
**5p** c) Demonstrați că dreptele  $VA$  și  $VM$  sunt perpendiculare.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2014 - 2015**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 3**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	0	5p
2.	15	5p
3.	10	5p
4.	5	5p
5.	4	5p
6.	19	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic Notează paralelipipedul dreptunghic	4p 1p
2.	$m_g = \sqrt{(8-2 \cdot 3) \cdot 2^3} = \sqrt{2 \cdot 2^3} =$ $= 4$	3p 2p
3.	Numărul fetelor reprezintă $100\% - 40\% = 60\%$ din numărul elevilor clasei Numărul fetelor din clasă este egal cu $\frac{60}{100} \cdot 30 = 18$	2p 3p
4.	a) $f(3) = 3 - 3 =$ $= 0$ b) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	3p 2p 2p 1p
5.	$E(n) = (3n + 7 - 1)^2 =$ $= (3n + 6)^2 = 9(n + 2)^2$ , care este pătrat perfect divizibil cu 9, pentru orice număr natural $n$	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $L_{\text{cerc}} = 2\pi R =$ $= 2\pi \cdot 5 = 10\pi$ m	2p 3p
	b) Triunghiul $ABC$ este dreptunghic în $B \Rightarrow (AC)$ diametru, deci $AC = 2AO = 10$ m, de unde $BC^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \Rightarrow BC = 6$ m $P_{ABCD} = 2(8 + 6) = 28$ m	3p 2p
	c) $\mathcal{A}_{\text{gazon}} = \mathcal{A}_{\text{disc}} - \mathcal{A}_{ABCD} = (25\pi - 48) \text{ m}^2$ $\pi < 3,15 \Rightarrow 25\pi < 78,75 \Rightarrow 25\pi - 48 < 30,75$ , deci $\mathcal{A}_{\text{gazon}} < 30,75 \text{ m}^2$	2p 3p

<b>2.</b>	<b>a)</b> $\mathcal{A}_{\Delta VBC} = \frac{BC \cdot VM}{2} =$ $= \frac{12 \cdot 6}{2} = 36 \text{ cm}^2$	<b>2p</b>
		<b>3p</b>
	<b>b)</b> $OM = \frac{1}{3} AM = 2\sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow VO = 2\sqrt{6} \text{ cm}$	<b>2p</b>
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC} = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2 \Rightarrow V_{\text{piramidă}} = \frac{36\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6}}{3} = 72\sqrt{2} \text{ cm}^3$	<b>3p</b>
	<b>c)</b> $VM$ este mediană în $\Delta VBC$ și $VM = \frac{BC}{2} \Rightarrow \Delta VBC$ este dreptunghic în $V$	<b>2p</b>
	$VABC$ este piramidă triunghiulară regulată, deci $VA \perp VB$ și $VA \perp CV$ și cum $\{V\} = VB \cap CV$ , obținem $VA \perp (VBC)$ . Deoarece $VM \subset (VBC)$ , obținem $VA \perp VM$	<b>3p</b>

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2014 - 2015

Matematică

Varianta 5

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $20:2-10$  este egal cu ... .
- 5p 2. Dacă  $\frac{a}{6} = \frac{25}{3}$ , atunci  $a$  este egal cu ... .
- 5p 3. Cel mai mic număr natural din intervalul  $[2,6]$  este egal cu ... .
- 5p 4. Perimetrul unui triunghi echilateral este egal cu 18cm. Lungimea unei laturi a acestui triunghi este egală cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un con circular drept cu raza bazei  $AO=3\text{cm}$  și înălțimea  $VO=4\text{cm}$ . Generatoarea  $VA$  a acestui con este egală cu ... cm.

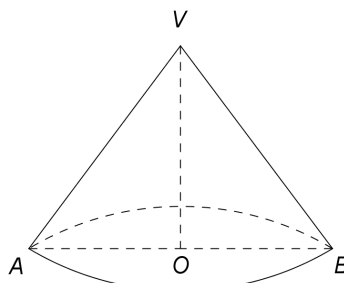


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile măsurate la o stație meteorologică, la aceeași oră, în fiecare zi a unei săptămâni din luna mai.

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă	Duminică
Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )	13	15	14	13	12	19	16

Cea mai mică temperatură măsurată în acea săptămână a fost de ...  $^{\circ}\text{C}$ .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

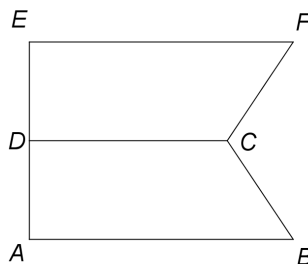
(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub  $ABCD A' B' C' D'$ .
- 5p 2. Calculați media aritmetică a numerelor naturale care sunt divizori ai lui 7.
- 5p 3. Numerele  $x$  și  $y$  sunt direct proporționale cu numerele 3 și 4. Determinați cele două numere, știind că  $y$  este cu 14 mai mare decât  $x$ .
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 5$ .
- 5p a) Calculați  $f(5)$ .
- 5p b) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) : \frac{(x+3)(x-1)}{x^2 - 2x + 1}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -3$ ,  $x \neq -1$  și  $x \neq 1$ . Arătați că  $E(x) = \frac{1}{x+1}$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -3$ ,  $x \neq -1$  și  $x \neq 1$ .

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

1. *Figura 2* este schița unui steag format din două trapeze dreptunghice  $ABCD$  și  $EFCD$ ,  $AE \perp DC$ , în care  $AB = EF = 8$  dm,  $DC = 6$  dm,  $AD = 2\sqrt{3}$  dm și punctul  $D$  este mijlocul segmentului  $AE$ .



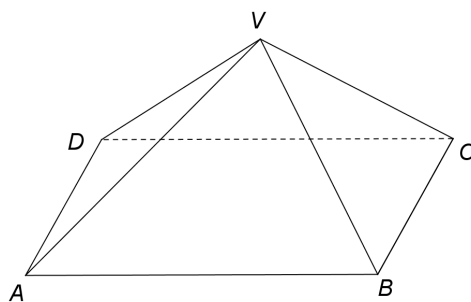
*Figura 2*

5p a) Arătați că aria trapezului  $ABCD$  este egală cu  $14\sqrt{3}$  dm<sup>2</sup>.

5p b) Calculați lungimea segmentului  $BF$ .

5p c) Arătați că unghiul  $BCF$  are măsura de  $120^\circ$ .

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  cu înălțimea de 4 m și latura bazei de 8 m.



*Figura 3*

5p a) Arătați că perimetrul pătratului  $ABCD$  este egal cu 32 m.

5p b) Arătați că aria laterală a piramidei  $VABCD$  este egală cu  $64\sqrt{2}$  m<sup>2</sup>.

5p c) Determinați măsura unghiului dintre planul unei fețe laterale a piramidei și planul bazei.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2014 - 2015**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 5**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	0	5p
2.	50	5p
3.	2	5p
4.	6	5p
5.	5	5p
6.	12	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul Notează cubul	4p 1p
2.	$m_a = \frac{1+7}{2} =$ $= 4$	3p 2p
3.	$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Leftrightarrow y = \frac{4x}{3}$ $\frac{4x}{3} - x = 14$ , deci $x = 42$ și $y = 56$	2p 3p
4.	a) $f(5) = 5 - 5 =$ $= 0$ b) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	3p 2p 2p 1p
5.	$\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+3}{(x-1)(x+1)}$ și $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ $E(x) = \frac{x+3}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+3)} = \frac{1}{x+1}$	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(8+6) \cdot 2\sqrt{3}}{2} =$ $= \frac{14 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3} \text{ dm}^2$	2p 3p
----	---	----------

	<b>b)</b> $AB \parallel CD$ și $CD \parallel EF \Rightarrow AB \parallel EF$ și cum $AB = EF$ , obținem $ABFE$ paralelogram $BF = AE = 2AD = 4\sqrt{3}$ dm	<b>3p</b> <b>2p</b>
	<b>c)</b> $CM = CP = 2\sqrt{3}$ dm și $BM = FP = 2$ dm, unde $M \in (AB)$ , $P \in (EF)$ și $C \in (MP)$ astfel încât $MP \perp CD$ , deci $\triangle CMB \equiv \triangle CPF$ (CC)	<b>2p</b>
	$\operatorname{tg}(\sphericalangle BCM) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow m(\sphericalangle BCM) = m(\sphericalangle FCP) = 30^\circ$ , deci $m(\sphericalangle BCF) = 180^\circ - 2 \cdot 30^\circ = 120^\circ$	<b>3p</b>
<b>2.</b>	<b>a)</b> $P_{ABCD} = 4 \cdot AB =$ $= 4 \cdot 8 = 32$ m	<b>3p</b> <b>2p</b>
	<b>b)</b> $M$ este mijlocul segmentului $BC$ și $\{O\} = AC \cap BD \Rightarrow \triangle VMO$ dreptunghic în $O$ , de unde obținem $VM = 4\sqrt{2}$ m $\mathcal{A}_{\text{laterală}} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 64\sqrt{2}$ m <sup>2</sup>	<b>2p</b> <b>3p</b>
	<b>c)</b> $(VBC) \cap (ABC) = BC$ , $VM \perp BC$ , $VM \subset (VBC)$ și $OM \perp BC$ , $OM \subset (ABC) \Rightarrow$ $\Rightarrow m(\sphericalangle((VBC), (ABC))) = m(\sphericalangle VMO)$	<b>3p</b>
	$\triangle VMO$ dreptunghic în $O$ , $VO = 4$ m, $OM = 4$ m $\Rightarrow m(\sphericalangle VMO) = 45^\circ$	<b>2p</b>



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2015 - 2016  
Matematică

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $4 + 4 \cdot (12 - 3)$  este egal cu ... .
- 5p 2. Dacă  $\frac{4}{3} = \frac{x}{6}$ , atunci  $\frac{x+4}{4}$  este egal cu ... .
- 5p 3. Cel mai mare număr natural care aparține intervalului  $(0,7)$  este numărul ... .
- 5p 4. Perimetrul pătratului  $MNPQ$  este egal cu 24cm. Lungimea diagonalei  $MP$  este egală cu ... cm.
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentat un cub  $ABCDEFGH$  cu muchia de 5cm. Aria totală a cubului  $ABCDEFGH$  este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .

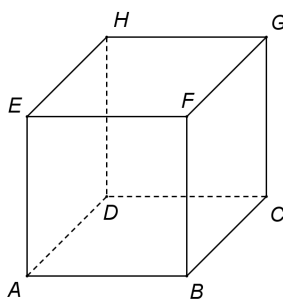
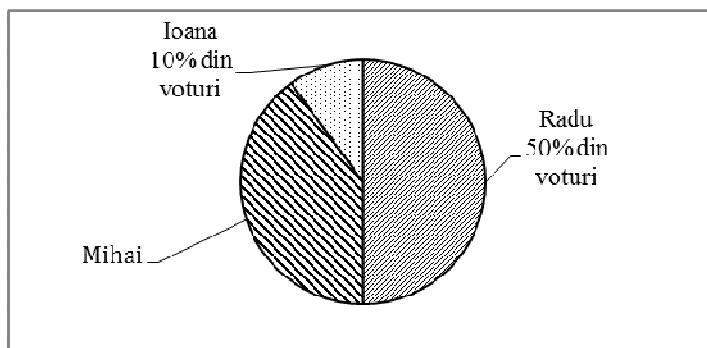


Figura 1

- 5p 6. Într-o școală, pentru alegerea reprezentantului consiliului elevilor, au votat 600 de elevi. Rezultatele votului sunt prezentate în diagrama de mai jos.



Numărul elevilor din școală care au votat pentru Mihai este egal cu ... .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

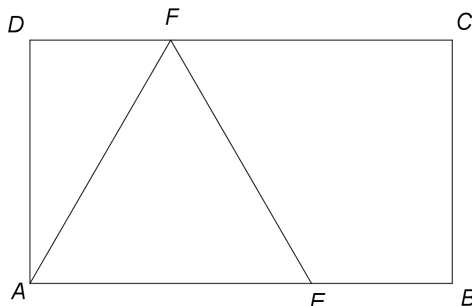
- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cilindru circular drept cu secțiunea axială  $ABB'A'$ .
- 5p 2. Determinați numărul  $\overline{ab}$ , scris în baza 10, știind că  $\overline{ab} - \overline{ba} = a(b-1)$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere diferite, prime între ele.
- 5p 3. Un biciclist a parcurs în trei zile un traseu cu lungimea de 108 km. În a doua zi biciclistul a parcurs cu 6 km mai mult decât în prima zi, iar în a treia zi biciclistul a parcurs cu 6 km mai mult decât în a doua zi. Calculați distanța parcursă în prima zi.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = mx - 6$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real  $m$  pentru care punctul  $M(4,2)$  aparține graficului funcției  $f$ .

- 5p** b) Pentru  $m = 2$ , arătați că distanța de la originea sistemului de coordonate  $xOy$  la reprezentarea geometrică a graficului funcției  $f$  este egală cu  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ .
- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{x}{x-4} - \left( \frac{x-4}{x-2} + \frac{x-2}{x-4} - 2 \right) \cdot \frac{1}{x-2}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq 2$  și  $x \neq 4$ . Arătați că  $E(x) = 1$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq 2$  și  $x \neq 4$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

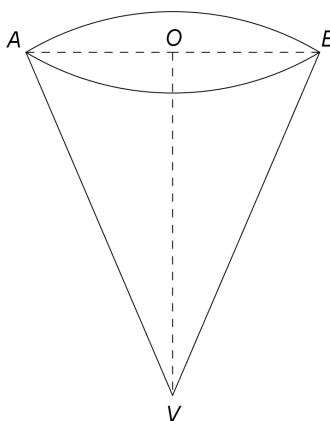
**(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB = 9$  cm și punctele  $E \in (AB)$  și  $F \in (CD)$  astfel încât triunghiul  $AEF$  este echilateral cu  $AE = 6$  cm.



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că aria triunghiului  $AEF$  este egală cu  $9\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.
- 5p** b) Calculați lungimea diagonalei  $AC$  a dreptunghiului  $ABCD$ .
- 5p** c) Demonstrați că dreptele  $AC$  și  $EF$  sunt perpendiculare.
2. În *Figura 3* este reprezentat schematic un cornet pentru înghețată în formă de con circular drept a cărui secțiune axială este triunghiul  $AVB$  cu  $AB = 10$  cm și  $VA = VB = 13$  cm.



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că  $VO = 12$  cm, unde  $O$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
- 5p** b) Demonstrați că raportul dintre aria totală și aria laterală a conului circular drept este egal cu  $1\frac{5}{13}$ .
- 5p** c) În cornet se pune înghețată. Știind că 700 de grame de înghețată au un volum de 1000 ml, arătați că în interiorul cornetului avem mai puțin de 221 de grame de înghețată. Se consideră cunoscut faptul că  $3,14 < \pi < 3,15$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2015 - 2016**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Model**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	40	5p
2.	3	5p
3.	6	5p
4.	$6\sqrt{2}$	5p
5.	150	5p
6.	240	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează cilindrul circular drept Notează secțiunea axială a cilindrului circular drept	4p 1p
2.	$(10a + b) - (10b + a) = ab - a \Leftrightarrow a(10 - b) = 9b$ Cum $a$ și $b$ sunt numere diferite, prime între ele, obținem $\overline{ab} = 95$	2p 3p
3.	$x + (x + 6) + (x + 6 + 6) = 108$ , unde $x$ este distanța parcursă în prima zi $3x = 90 \Leftrightarrow x = 30$ km	3p 2p
4.	a) $f(4) = 2 \Leftrightarrow 4m - 6 = 2$ $m = 2$	3p 2p
	b) $OA = 3$ , unde $A$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$ și $OB = 6$ , unde $B$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$ $\triangle AOB$ este dreptunghic, $AB = 3\sqrt{5}$ , deci distanța de la punctul $O$ la dreapta $AB$ este $\frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$	2p 3p
5.	$\frac{x-4}{x-2} + \frac{x-2}{x-4} - 2 = \frac{4}{(x-2)(x-4)}$ $E(x) = \frac{x}{x-4} - \frac{4}{(x-2)(x-4)} \cdot \frac{x-2}{1} = \frac{x-4}{x-4} = 1$	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $FP = 3\sqrt{3}$ cm, unde $P \in (AE)$ astfel încât $FP \perp AE$	2p
	$\mathcal{A}_{\triangle AEF} = \frac{6 \cdot 3\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup>	3p
	b) $BC = 3\sqrt{3}$ cm	2p
	$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC = 6\sqrt{3}$ cm	3p

	<p>c) <math>DF = \frac{AF}{2} \Rightarrow DF = 3 \text{ cm}</math>, deci <math>CF = 6 \text{ cm}</math></p> <p><math>AE = CF</math> și <math>AE \parallel CF \Rightarrow AE CF</math> paralelogram</p> <p>Cum <math>AF = AE \Rightarrow AE CF</math> romb, deci <math>AC \perp EF</math></p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
2.	<p>a) <math>AO = 5 \text{ cm}</math></p> <p><math>VO^2 = VA^2 - AO^2 \Rightarrow VO = 12 \text{ cm}</math></p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
	<p>b) <math>\frac{A_{\text{totală}}}{A_{\text{laterală}}} = \frac{A_{\text{laterală}} + A_{\text{bază}}}{A_{\text{laterală}}} = 1 + \frac{A_{\text{bază}}}{A_{\text{laterală}}} = 1 + \frac{\pi \cdot 5^2}{\pi \cdot 5 \cdot 13} =</math></p> <p><math>= 1 + \frac{5}{13} = 1 \frac{5}{13}</math></p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
	<p>c) <math>V_{\text{con}} = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 12}{3} = 100\pi \text{ cm}^3 = 100\pi \text{ ml}</math></p> <p>Masa înghețatei este egală cu <math>\frac{700 \cdot 100\pi}{1000} = 70\pi</math> grame</p> <p><math>\pi &lt; 3,15 \Rightarrow 70\pi &lt; 220,5 \Rightarrow 70\pi &lt; 221</math>, deci în interiorul cornetului avem mai puțin de 221 de grame de înghețată</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2015 - 2016**  
**Matematică**

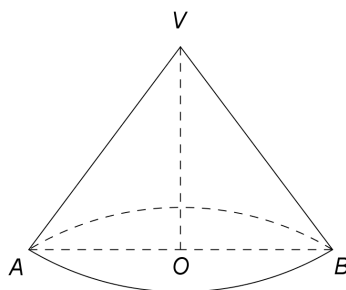
**Varianta 03**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

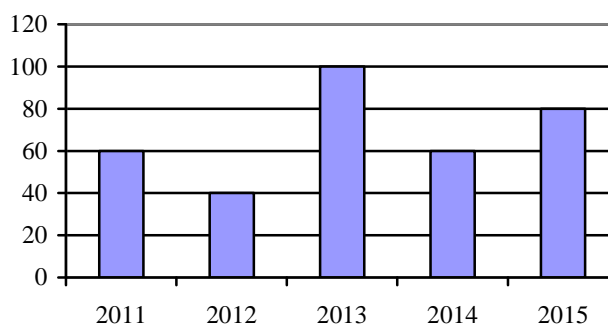
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $10 - 10:10$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Știind că  $\frac{a}{3} = \frac{4}{b}$ , numărul  $a \cdot b - 12$  este egal cu ... .
- 5p** 3. Suma numerelor întregi din intervalul  $[-1, 2)$  este egală cu ... .
- 5p** 4. Suma lungimilor bazelor trapezului  $ABCD$  este egală cu 20 cm. Linia mijlocie a acestui trapez are lungimea de ... cm .
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un con circular drept, cu înălțimea  $VO = 8$  cm și raza bazei  $AO = 6$  cm. Generatoarea  $VA$  a acestui con are lungimea egală cu ... cm .



*Figura 1*

- 5p** 6. În graficul de mai jos este reprezentat profitul, exprimat în mii lei, realizat de o firmă în ultimii cinci ani.



În perioada menționată, cel mai mare profit al firmei a fost înregistrat în anul ... .

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic  $ABCDEFGH$  .
- 5p** 2. Știind că  $a + \frac{1}{a} = \frac{5}{2}$ , unde  $a$  este număr real nenul, arătați că  $a^2 + \frac{1}{a^2} = \frac{17}{4}$  .
- 5p** 3. Un test conține 10 întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 5 puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit se scad 2 puncte. Nu se acordă puncte din oficiu. Un elev, care a răspuns la toate cele 10 întrebări, a obținut 36 de puncte. Determinați numărul de întrebări din test la care acest elev a răspuns corect.
- 4.** Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 3$ .
- 5p** a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$  .

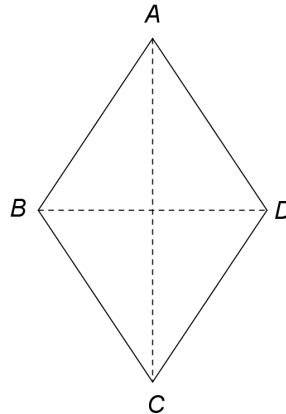
**5p** b) Determinați distanța de la originea sistemului de coordonate  $xOy$  la graficul funcției  $f$ .

**5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x} + \frac{1}{x+2} \right) : \frac{4}{x(x^2-4)}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -2$ ,  $x \neq 0$  și  $x \neq 2$ . Arătați că  $E(x) = 2$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -2$ ,  $x \neq 0$  și  $x \neq 2$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un romb  $ABCD$ , cu  $AB = 10$  cm și  $m(\sphericalangle ABC) = 120^\circ$ .



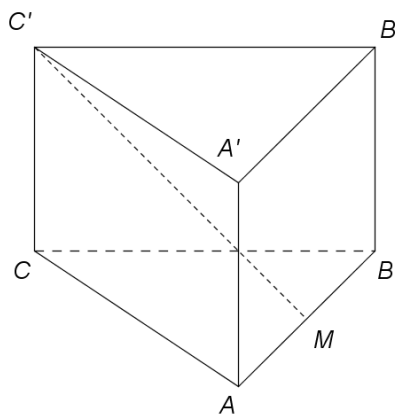
*Figura 2*

**5p** a) Arătați că perimetrul rombului  $ABCD$  este egal cu 40 cm.

**5p** b) Arătați că lungimea diagonalei  $AC$  este egală cu  $10\sqrt{3}$  cm.

**5p** c) Pe laturile  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  și  $DA$  ale rombului  $ABCD$  se consideră punctele  $M$ ,  $N$ ,  $P$ , respectiv  $Q$ , astfel încât  $MN \parallel AC$  și  $MNPQ$  este pătrat. Demonstrați că  $MN = 5(3 - \sqrt{3})$  cm.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$ , cu baza triunghi echilateral,  $AB = 8\sqrt{3}$  cm și  $AA' = 5$  cm. Punctul  $M$  este mijlocul laturii  $AB$ .



*Figura 3*

**5p** a) Arătați că aria laterală a prisme este egală cu  $120\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.

**5p** b) Arătați că  $C'M = 13$  cm.

**5p** c) Demonstrați că distanța de la punctul  $C$  la planul  $(ABC')$  este egală cu  $\frac{60}{13}$  cm.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2015 - 2016**  
**Matematică**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Varianta 03

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	9	5p
2.	0	5p
3.	0	5p
4.	10	5p
5.	10	5p
6.	2013	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic Notează paralelipipedul dreptunghic	4p 1p
2.	$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = \frac{25}{4}$ $a^2 + \frac{1}{a^2} = \frac{25}{4} - 2 = \frac{17}{4}$	3p 2p
3.	$5n - 2(10 - n) = 36$ , unde $n$ este numărul de întrebări din test la care elevul a răspuns corect $7n = 56 \Leftrightarrow n = 8$	3p 2p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	b) $OM = 3$ , unde $M$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$ $ON = 3$ , unde $N$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$ $\triangle MON$ dreptunghic în $O$ , deci distanța de la $O$ la $G_f$ este egală cu $\frac{OM \cdot ON}{MN} = \frac{3 \cdot 3}{3\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$	1p 1p 3p
5.	$\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{8}{x(x-2)(x+2)}$ $\frac{4}{x(x^2-4)} = \frac{4}{x(x-2)(x+2)}$ $E(x) = \frac{8}{x(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x(x-2)(x+2)}{4} = 2$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -2$ , $x \neq 0$ , $x \neq 2$	2p 2p 1p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) $P_{ABCD} = 4AB =$ $= 4 \cdot 10 = 40$ cm	3p 2p
----	---	----------

	<p><b>b)</b> <math>ABCD</math> romb <math>\Rightarrow AO \perp BD</math>, unde <math>AC \cap BD = \{O\}</math>  <math>AO = 5\sqrt{3}</math> cm <math>\Rightarrow AC = 2AO = 10\sqrt{3}</math> cm</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>MN \parallel AC \Rightarrow \triangle BMN \sim \triangle BAC</math>, deci <math>\frac{MN}{AC} = \frac{BM}{BA}</math></p>	<b>1p</b>
	<p><math>MNPQ</math> pătrat și <math>AC \perp BD \Rightarrow MQ \parallel BD</math>, deci <math>\triangle AMQ \sim \triangle ABD</math>, de unde obținem <math>\frac{MQ}{BD} = \frac{AM}{AB}</math></p>	<b>1p</b>
	<p><math>MN = MQ</math> și <math>\frac{AM}{AB} + \frac{BM}{BA} = 1</math>, implică <math>\frac{MN}{10\sqrt{3}} + \frac{MN}{10} = 1</math>, deci <math>MN = \frac{10\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} = 5(3-\sqrt{3})</math> cm</p>	<b>3p</b>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>\mathcal{A}_{laterală} = 3 \cdot AB \cdot AA' =</math>  <math>= 3 \cdot 8\sqrt{3} \cdot 5 = 120\sqrt{3}</math> cm<sup>2</sup></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>\triangle ABC</math> echilateral <math>\Rightarrow CM = 12</math> cm</p>	<b>2p</b>
	<p><math>\triangle C'CM</math> este dreptunghic în <math>C</math> și <math>CC' = 5</math> cm <math>\Rightarrow C'M = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13</math> cm</p>	<b>3p</b>
	<p><b>c)</b> <math>AB \perp C'M</math>, <math>AB \perp CC'</math> și <math>C'M \cap CC' = \{C'\} \Rightarrow AB \perp (CC'M)</math> și, cum <math>CP \subset (CC'M)</math>, unde <math>P \in (C'M)</math>, <math>CP \perp C'M</math>, obținem <math>AB \perp CP</math></p>	<b>2p</b>
	<p><math>CP \perp AB</math>, <math>CP \perp C'M</math> și <math>AB \cap C'M = \{M\} \Rightarrow CP \perp (ABC')</math>, deci <math>d(C, (ABC')) = CP</math></p>	<b>1p</b>
	<p><math>CP</math> este înălțime în triunghiul dreptunghic <math>CC'M</math>, deci <math>CP = \frac{CM \cdot CC'}{C'M} = \frac{60}{13}</math> cm</p>	<b>2p</b>



**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2014 - 2015**  
**Matematică**

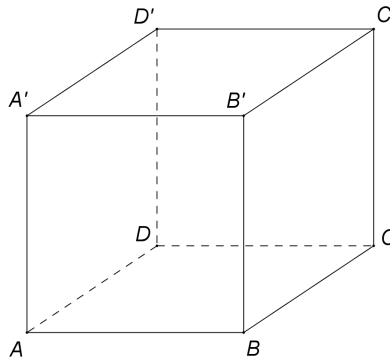
**Simulare**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

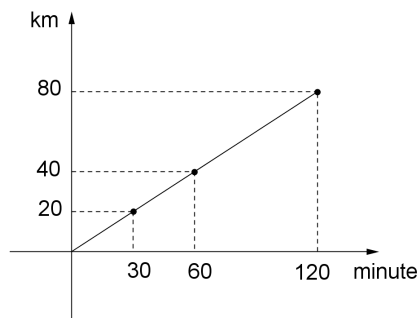
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{8}{3}$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Prețul unui stilou este 20 de lei. După o reducere cu 10% , prețul stiloului va fi ... lei.
- 5p** 3. Dacă  $n$  este singurul număr natural din intervalul  $[n, 8)$  , atunci  $n$  este egal cu ... .
- 5p** 4. Punctul  $O$  este situat în interiorul triunghiului echilateral  $ABC$  astfel încât  $AO = BO = CO$  . Măsura unghiului  $AOB$  este egală cu ... ° .
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub  $ABCD A' B' C' D'$  . Suma lungimilor muchiilor care au în comun vârful  $A$  este egală cu 36 cm . Lungimea muchiei  $AB$  este egală cu ... cm .



*Figura 1*

- 5p** 6. În graficul de mai jos este reprezentată dependența dintre distanța parcursă de un autocar și timpul în care este parcursă această distanță. Distanța parcursă de autocar în 120 de minute este de ... km .



**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

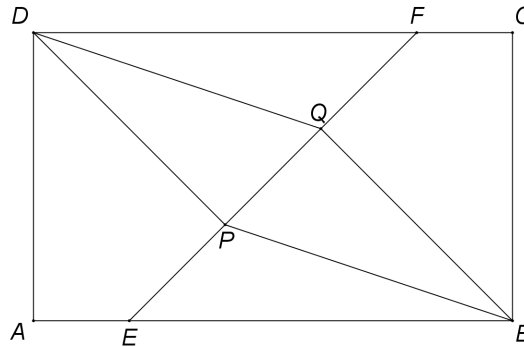
- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  .
- 5p** 2. Determinați numerele naturale de trei cifre, de forma  $\overline{abc}$  , știind că sunt divizibile cu 5 și au suma cifrelor egală cu 22 .
- 5p** 3. Un elev citește o carte în două zile. În prima zi el citește 47% din numărul de pagini ale cărții, iar a doua zi citește cele 53 de pagini care au mai rămas. Calculați numărul de pagini ale cărții.
4. Se consideră numerele reale  $x = \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$  și  $y = \sqrt{2} \cdot \left( \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$  .
- 5p** a) Arătați că  $x \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{2}) = 4$  .
- 5p** b) Calculați  $x^2 - y$  .

- 5p** 5. Se consideră  $E(x) = (x^2 + x + 1)^2 - (x^2 + x)^2 - x^2$ , unde  $x$  este număr real. Arătați că  $E(n)$  este pătrat perfect, pentru orice număr natural  $n$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

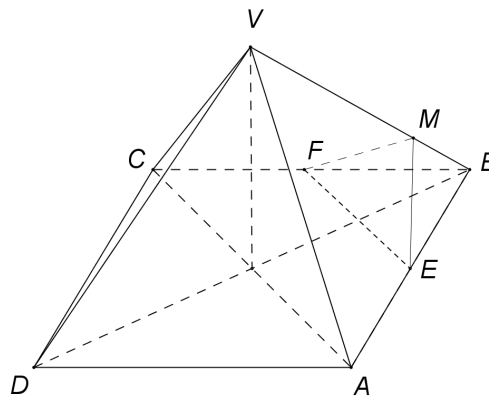
1. *Figura 2* este schița unui parc în formă de dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB = 5$  hm și  $AD = 3$  hm. Aleile principale din acest parc sunt reprezentate de segmentele  $EF$ ,  $DP$ ,  $DQ$ ,  $BP$  și  $BQ$ , unde  $E \in (AB)$ ,  $F \in (CD)$  astfel încât  $AE = CF = 1$  hm, iar segmentele  $DP$  și  $BQ$  reprezintă drumurile cele mai scurte de la punctele  $D$ , respectiv  $B$  la dreapta  $EF$ .



*Figura 2*

- 5p** a) Calculați lungimea aleii  $EF$ .  
**5p** b) Arătați că traseul  $E \rightarrow P \rightarrow D$  și aleea  $EF$  au aceeași lungime.  
**5p** c) Demonstrați că patrulaterul  $DPBQ$  este paralelogram.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  cu  $VA = 8$  cm și  $AB = 8$  cm. Punctele  $E$  și  $F$  sunt mijloacele segmentelor  $AB$ , respectiv  $BC$ . Punctul  $M$  este situat pe muchia  $VB$  astfel încât  $EM \perp VB$ .



*Figura 3*

- 5p** a) Calculați aria triunghiului  $BEF$ .  
**5p** b) Determinați măsura unghiului format de dreapta  $VD$  cu planul  $(ABC)$ .  
**5p** c) Demonstrați că muchia  $VB$  este perpendiculară pe planul  $(EMF)$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2014 - 2015**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Simulare**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	3	5p
2.	18	5p
3.	7	5p
4.	120	5p
5.	12	5p
6.	80	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic Notează paralelipipedul dreptunghic	4p 1p
2.	$\overline{abc}$ este divizibil cu 5, deci $c=0$ sau $c=5$ Dacă $c=0$ , atunci $a+b=22$ , ceea ce este imposibil deoarece $a$ și $b$ sunt cifre Dacă $c=5$ , atunci $a+b=17 \Rightarrow a=8, b=9$ sau $a=9, b=8$ , deci numerele sunt 895 și 985	1p 1p 3p
3.	În prima zi elevul citește $47\% \cdot x = \frac{47x}{100}$ , unde $x$ este numărul de pagini ale cărții $\frac{47x}{100} + 53 = x$ , de unde obținem $x=100$ de pagini	2p 3p
4.	a) $x = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} + \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = 2\sqrt{2}$ $x \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \cdot (2\sqrt{2} - \sqrt{2}) = 4$	3p 2p
	b) $y = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 3$ $x^2 - y = (2\sqrt{2})^2 - 3 = 5$	2p 3p
5.	$(x^2 + x + 1)^2 - (x^2 + x)^2 = 2x^2 + 2x + 1$ $E(x) = x^2 + 2x + 1$ $E(n) = (n+1)^2$ , pentru orice $n$ număr natural	3p 1p 1p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $EM = 3$ hm și $FM = 3$ hm, unde $FM \perp AB$ și $M \in (AB)$ $EF = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ hm	2p 3p
----	---	----------

	<p><b>b)</b> <math>\triangle EMF</math> este dreptunghic isoscel, deci <math>m(\sphericalangle FEM) = 45^\circ</math>, de unde obținem <math>m(\sphericalangle EFD) = 45^\circ</math>  <math>\triangle DPF</math> este dreptunghic isoscel <math>\Rightarrow PD = PF</math>  <math>EP + PD = EP + PF = EF</math>, deci traseul <math>E \rightarrow P \rightarrow D</math> și aleea <math>EF</math> au aceeași lungime</p>	<p><b>2p</b> <b>1p</b> <b>2p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>DF = BE</math> și <math>\sphericalangle PFD \equiv \sphericalangle QEB \Rightarrow \triangle PFD \equiv \triangle QEB (IU)</math>, deci <math>DP = BQ</math>  Cum <math>DP \perp EF</math> și <math>BQ \perp EF</math>, obținem <math>DP \parallel BQ</math>, deci <math>DPBQ</math> este paralelogram</p>	<p><b>3p</b> <b>2p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>BE = BF = 4</math> cm  <math>\mathcal{A}_{\triangle BEF} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8</math> cm<sup>2</sup></p>	<p><b>2p</b> <b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>\{O\} = AC \cap BD</math>, <math>VO \perp (ABC)</math> și <math>D \in (ABC) \Rightarrow m(\sphericalangle(VD, (ABC))) = m(\sphericalangle(VD, DO)) = m(\sphericalangle VDO)</math>  <math>BD = 8\sqrt{2} \Rightarrow \triangle VBD</math> dreptunghic isoscel, deci <math>m(\sphericalangle VDO) = 45^\circ</math></p>	<p><b>2p</b> <b>3p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>BE = BF</math>, <math>\sphericalangle MBE \equiv \sphericalangle MBF</math> și <math>MB</math> latură comună <math>\Rightarrow \triangle MEB \equiv \triangle MFB (LUL)</math>  <math>m(\sphericalangle BMF) = 90^\circ</math>, deci <math>FM \perp VB</math> și cum <math>EM \perp VB</math> și <math>FM \cap EM = \{M\} \Rightarrow VB \perp (EMF)</math></p>	<p><b>2p</b> <b>3p</b></p>

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2015 - 2016

Matematică

Varianta 04

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $10 \cdot 5 - 10$  este egal cu ... .
- 5p 2. Șase cărți de același fel costă în total 24 de lei. Trei dintre aceste cărți costă în total ... lei.
- 5p 3. Cel mai mic număr natural care aparține intervalului  $[1, 4]$  este egal cu ... .
- 5p 4. Dreptunghiul  $ABCD$  are  $AB = 5$  cm și  $BC = 3$  cm. Aria acestui dreptunghi este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un paralelipiped dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$ . Măsura unghiului determinat de dreptele  $AD$  și  $AA'$  este egală cu ...  $^\circ$ .

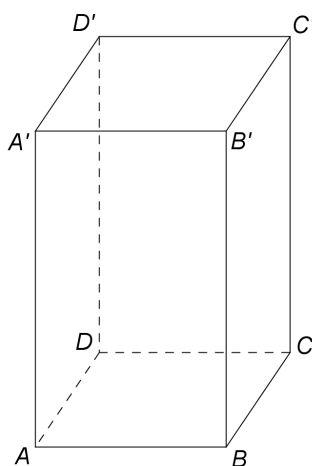
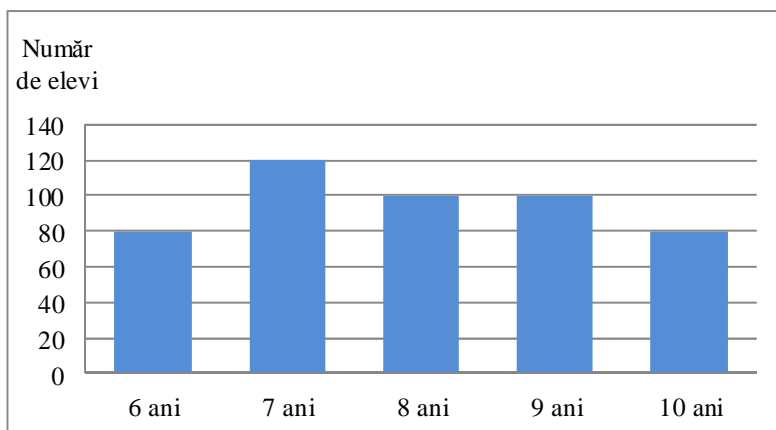


Figura 1

- 5p 6. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția după vârstă a elevilor unui club sportiv.



Numărul elevilor acestui club sportiv care au vârsta de 7 ani este egal cu ... .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub  $ABCDEFGH$ .
- 5p 2. Știind că  $\frac{a}{b} = 4$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale nenule, arătați că  $\frac{3a - 2b}{b} = 10$ .
- 5p 3. Prețul unui obiect este de 360 lei. După o reducere cu  $p\%$  din prețul obiectului, noul preț va fi de 324 lei. Determinați numărul  $p$ .

4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 4$ .

5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .

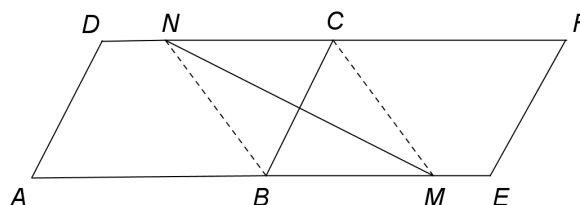
5p b) Arătați că triunghiul determinat de graficul funcției  $f$  și axele sistemului de coordonate  $xOy$  este isoscel.

5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{x+2}{x-3} - \frac{x-3}{x+2} - \frac{25}{(x-3)(x+2)} \right) : \frac{5}{x+2}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -2$  și  $x \neq 3$ . Arătați că  $E(x) = 2$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -2$  și  $x \neq 3$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. *Figura 2* este schița unui teren.  $ABCD$  și  $BEFC$  sunt paralelograme cu  $AD = 60$  m,  $AB = BE = 80$  m și punctele  $A$ ,  $B$  și  $E$  coliniare. Se consideră punctele  $M$  și  $N$  pe laturile  $BE$ , respectiv  $CD$ , astfel încât  $MN \perp BC$  și  $BM = CN = 60$  m.



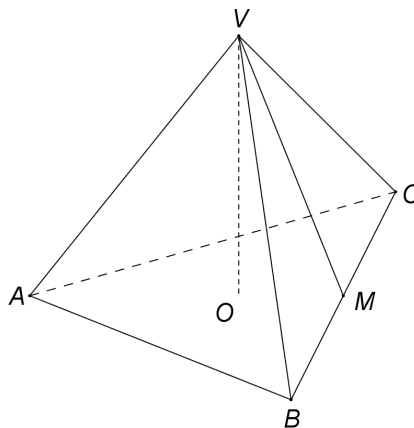
*Figura 2*

5p a) Arătați că perimetrul paralelogramului  $ABCD$  este egal cu 280 m.

5p b) Demonstrați că unghiul  $DAB$  are măsura de  $60^\circ$ .

5p c) Demonstrați că aria suprafeței  $CMEF$  este mai mică decât  $2600$  m<sup>2</sup>.

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată  $VABC$ , cu baza triunghiul  $ABC$  și  $AB = 12$  m. Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $BC$  și  $VM = 6\sqrt{3}$  m, iar  $VO$  este înălțimea piramidei.



*Figura 3*

5p a) Arătați că aria laterală a piramidei  $VABC$  este egală cu  $108\sqrt{3}$  m<sup>2</sup>.

5p b) Arătați că volumul piramidei  $VABC$  este egal cu  $144\sqrt{2}$  m<sup>3</sup>.

5p c) Demonstrați că distanța de la mijlocul înălțimii  $VO$  la dreapta  $VA$  este mai mică decât 3 m.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2015 - 2016**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 04**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	40	5p
2.	12	5p
3.	1	5p
4.	15	5p
5.	90	5p
6.	120	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul Notează cubul	4p 1p
2.	$\frac{3a-2b}{b} = \frac{3a}{b} - \frac{2b}{b} = 3 \cdot \frac{a}{b} - 2 =$ $= 3 \cdot 4 - 2 = 10$	3p 2p
3.	$360 - p\% \cdot 360 = 324$ $\frac{p}{100} \cdot 360 = 36 \Rightarrow p = 10$	2p 3p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Trasarea graficului funcției $f$	1p
b)	$OM = 4$ , unde $M$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$	2p
	$ON = 4$ , unde $N$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$	2p
	$OM = ON$ , deci $\triangle MON$ este isoscel	1p
5.	$\frac{x+2}{x-3} - \frac{x-3}{x+2} - \frac{25}{(x-3)(x+2)} = \frac{(x+2)^2 - (x-3)^2 - 25}{(x-3)(x+2)} = \frac{10x-30}{(x-3)(x+2)} = \frac{10}{x+2}$	3p
	$E(x) = \frac{10}{x+2} \cdot \frac{x+2}{5} = 2$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 3$	2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $P_{ABCD} = 2(AB + AD) = 2(80 + 60) =$ $= 2 \cdot 140 = 280$ m	2p 3p	
	b) $BM = CN$ și $BM \parallel CN \Rightarrow BMCN$ paralelogram și, cum $MN \perp BC$ , obținem $BMCN$ romb $BC = 60$ m $\Rightarrow BM = CM = BC$ , adică $\triangle BMC$ este echilateral, deci $m(\sphericalangle CBM) = 60^\circ$	2p	
		$AD \parallel BC$ și secanta $AB \Rightarrow \sphericalangle DAB \equiv \sphericalangle CBM$ , deci $m(\sphericalangle DAB) = 60^\circ$	2p
			1p

	<p>c) <math>BM \parallel CF \Rightarrow d(M, CF) = d(C, BM)</math>, deci <math>d(M, CF) = \frac{60\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}</math> m</p> <p><math>CMEF</math> este trapez, deci <math>\mathcal{A}_{CMEF} = \frac{(ME + CF) \cdot d(M, CF)}{2} = \frac{(20 + 80) \cdot 30\sqrt{3}}{2} = 1500\sqrt{3}</math> m<sup>2</sup> și,</p> <p>cum <math>1500\sqrt{3} &lt; 2600 \Leftrightarrow 15\sqrt{3} &lt; 26 \Leftrightarrow \sqrt{675} &lt; \sqrt{676}</math>, obținem că <math>\mathcal{A}_{CMEF} &lt; 2600</math> m<sup>2</sup></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
2.	<p>a) <math>\mathcal{A}_{\text{laterală}} = 3 \cdot \frac{VM \cdot BC}{2} =</math></p> <p><math>= 3 \cdot \frac{6\sqrt{3} \cdot 12}{2} = 108\sqrt{3}</math> m<sup>2</sup></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p>b) Cum <math>\Delta VOM</math> este dreptunghic și <math>OM = \frac{1}{3}AM = 2\sqrt{3}</math> m, obținem</p> <p><math>VO = \sqrt{VM^2 - OM^2} = 4\sqrt{6}</math> m</p> <p><math>\mathcal{A}_{\Delta ABC} = 36\sqrt{3}</math> m<sup>2</sup> <math>\Rightarrow V_{\text{piramidă}} = \frac{36\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{6}}{3} = 144\sqrt{2}</math> m<sup>3</sup></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p>c) <math>N</math> este mijlocul segmentului <math>VO</math> și <math>NP \perp VA</math>, <math>P \in (VA) \Rightarrow \Delta VPN \sim \Delta VOA</math>, deci <math>\frac{VN}{VA} = \frac{NP}{AO}</math></p> <p><math>NP = \frac{VN \cdot AO}{VA} = \frac{2\sqrt{6} \cdot 4\sqrt{3}}{12} = 2\sqrt{2}</math> m și, cum <math>2\sqrt{2} &lt; 3 \Leftrightarrow \sqrt{8} &lt; \sqrt{9}</math>, obținem <math>NP &lt; 3</math> m</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2015 - 2016

Matematică

Varianta 07

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $10 \cdot 5 - 50$  este egal cu ... .
- 5p 2. Dacă  $\frac{a}{16} = \frac{7}{8}$ , atunci  $a$  este egal cu ... .
- 5p 3. Cel mai mare număr natural care aparține intervalului  $(2, 6]$  este egal cu ... .
- 5p 4. Pătratul  $ABCD$  are latura de 3 cm. Perimetrul acestui pătrat este egal cu ... cm .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub  $ABCDEFGH$ . Măsura unghiului determinat de dreptele  $AB$  și  $AD$  este egală cu ... ° .

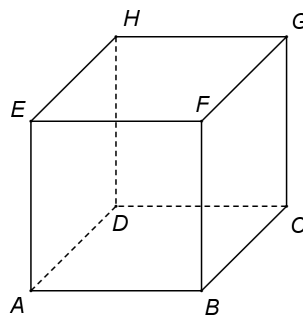
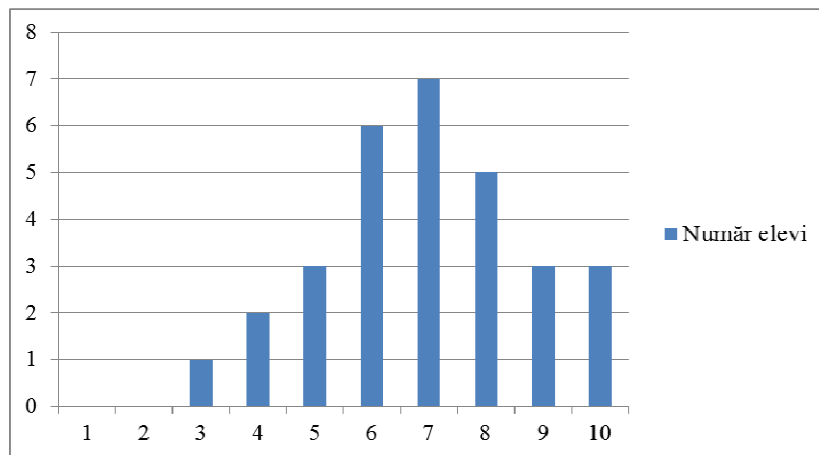


Figura 1

- 5p 6. În diagrama de mai jos este prezentată repartitia notelor obținute la un test la matematică, de elevii unei clase a VIII-a dintr-o școală.



Conform diagramei, numărul elevilor care au obținut nota 5 la acest test este egal cu ... .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

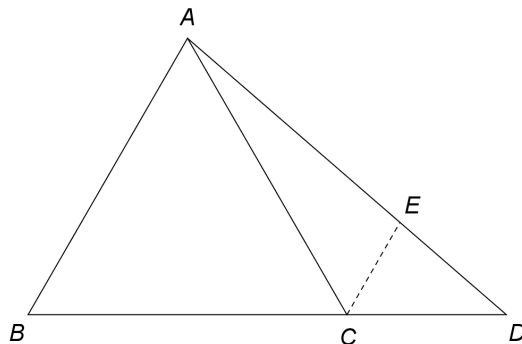
- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$ .
- 5p 2. Știind că  $x = \sqrt{3}$  și  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , arătați că  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3}$ .
- 5p 3. În vacanță, Mihai a economisit o sumă de bani. După ce a cheltuit două cincimi din această sumă, lui Mihai i-au mai rămas 72 de lei. Calculați suma de bani pe care a economisit-o Mihai în vacanță.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 2$ .
- 5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p b) Calculați aria triunghiului determinat de graficul funcției  $f$  și axele sistemului de coordonate  $xOy$ .

- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left(1 + \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x+2}\right) : \frac{1}{x^2-4} - x(x-1)$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -2$  și  $x \neq 2$ . Arătați că  $E(x) = 2$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -2$  și  $x \neq 2$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

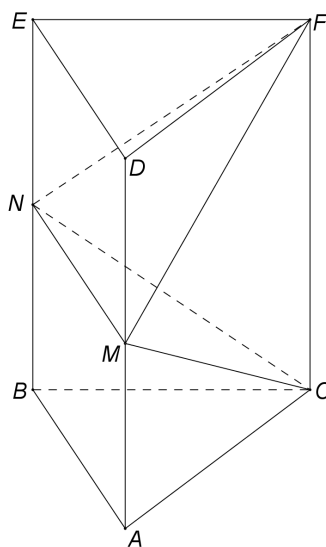
1. *Figura 2* este schița unui teren. Triunghiul  $ABC$  este echilateral cu  $AB = 18$  m și punctul  $D$  este situat pe dreapta  $BC$  astfel încât triunghiul  $ACD$  este obtuzunghic, cu  $CD = 9$  m. Punctul  $E$  este situat pe segmentul  $AD$ , astfel încât  $\angle ACE \equiv \angle DCE$ .



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $81\sqrt{3}$  m<sup>2</sup>.  
**5p** b) Demonstrați că dreptele  $EC$  și  $AB$  sunt paralele.  
**5p** c) Arătați că triunghiul  $EAC$  are perimetrul egal cu  $6(4 + \sqrt{7})$  m.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă dreaptă  $ABCDEF$ , cu baza triunghi echilateral,  $AB = 10$  cm și  $AD = 10\sqrt{3}$  cm. Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $AD$ , respectiv  $BE$ .



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu 30 cm.  
**5p** b) Arătați că aria laterală a prisme este mai mică decât 525 cm<sup>2</sup>.  
**5p** c) Demonstrați că planele  $(CMN)$  și  $(FMN)$  sunt perpendiculare.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2015 - 2016**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 07**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	0	5p
2.	14	5p
3.	6	5p
4.	12	5p
5.	90	5p
6.	3	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic Notează paralelipipedul dreptunghic	4p 1p
2.	$\frac{x}{y} = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{1} = 3$ $\frac{y}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$	2p 3p
3.	$\frac{2}{5} \cdot x + 72 = x$ , unde $x$ este suma economisită de Mihai în vacanță $x = 120$ de lei	3p 2p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	b) $OM = 2$ , unde $M$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$ $ON = 2$ , unde $N$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$ $\triangle MON$ este dreptunghic în $O$ , deci $\mathcal{A}_{\triangle MON} = \frac{OM \cdot ON}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$	1p 1p 3p
5.	$1 + \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x+2} = \frac{x^2 - x + 2}{(x-2)(x+2)}$ $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$ $E(x) = \frac{x^2 - x + 2}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{1} - x(x-1) = x^2 - x + 2 - x^2 + x = 2$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 2$	2p 1p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	a) $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{18^2 \sqrt{3}}{4} =$ $= \frac{324 \sqrt{3}}{4} = 81 \sqrt{3} \text{ m}^2$	<b>2p</b> <b>3p</b>
	b) $m(\sphericalangle ACD) = 120^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle ACE) = 60^\circ$ $\sphericalangle ACE \equiv \sphericalangle BAC$ și unghiurile $\sphericalangle ACE$ și $\sphericalangle BAC$ sunt alterne interne, obținem $EC \parallel AB$	<b>2p</b> <b>3p</b>
	c) $AM = 9\sqrt{3} \text{ m}$ , unde $M$ este mijlocul laturii $BC$ și, cum $\Delta AMD$ este dreptunghic, obținem $AD = 9\sqrt{7} \text{ m}$ $\frac{DE}{DA} = \frac{EC}{AB} = \frac{DC}{DB} \Rightarrow \frac{DE}{9\sqrt{7}} = \frac{EC}{18} = \frac{9}{27} \Rightarrow DE = 3\sqrt{7} \text{ m}$ , $EC = 6 \text{ m}$ , de unde $AE = 6\sqrt{7} \text{ m}$ și $P_{\Delta EAC} = 24 + 6\sqrt{7} = 6(4 + \sqrt{7}) \text{ m}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.</b>	a) $P_{\Delta ABC} = 3AB =$ $= 3 \cdot 10 = 30 \text{ cm}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
	b) $\mathcal{A}_{\text{laterală}} = P_{\Delta ABC} \cdot AD = 30 \cdot 10\sqrt{3} = 300\sqrt{3} \text{ cm}^2$ Cum $300\sqrt{3} < 525 \Leftrightarrow 4\sqrt{3} < 7 \Leftrightarrow \sqrt{48} < \sqrt{49}$ , obținem $\mathcal{A}_{\text{laterală}} < 525 \text{ cm}^2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
	c) Triunghiurile $FMN$ și $CMN$ sunt isoscele, deci $FO \perp MN$ și $CO \perp MN$ , unde $O$ este mijlocul segmentului $MN$ $(CMN) \cap (FMN) = MN$ , $CO \perp MN$ și $CO \subset (CMN)$ , $FO \perp MN$ și $FO \subset (FMN)$ , deci $m(\sphericalangle((CMN), (FMN))) = m(\sphericalangle(CO, FO))$	<b>2p</b> <b>1p</b>
	$FO = 5\sqrt{6} \text{ cm}$ , $CO = 5\sqrt{6} \text{ cm} \Rightarrow FO^2 + CO^2 = 300 = FC^2$ , deci $m(\sphericalangle COF) = 90^\circ$ , adică $m(\sphericalangle((CMN), (FMN))) = 90^\circ$ , de unde $(CMN) \perp (FMN)$	<b>2p</b>

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2015 - 2016

Matematică

Simulare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $25 - 25 : (2 + 3)$  este egal cu ....
- 5p 2. Numărul pătratelor perfecte din mulțimea numerelor naturale de două cifre este egal cu ....
- 5p 3. Dacă  $A$  este mulțimea numerelor naturale pare și  $B$  este mulțimea numerelor naturale impare, atunci mulțimea  $A \cap B$  este egală cu ....
- 5p 4. Un cerc are lungimea egală cu  $20\pi$  cm. Diametrul acestui cerc este egal cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 3$  cm. Aria dreptunghiului  $ACC' A'$  este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .

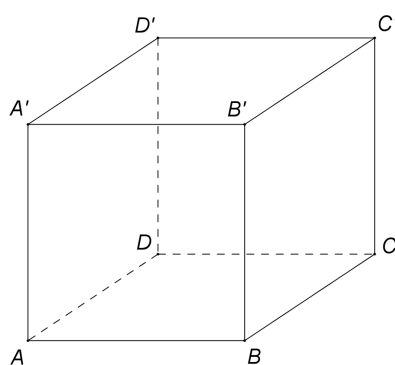


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos este prezentată repartiția elevilor unei clase a VIII-a, în funcție de mediile obținute la matematică, pe semestrul I.

Media	4	5	6	7	8	9	10
Număr elevi	1	3	6	7	5	4	2

Numărul elevilor din această clasă care au obținut la matematică, pe semestrul I, cel puțin media 6 și cel mult media 9 este egal cu ....

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

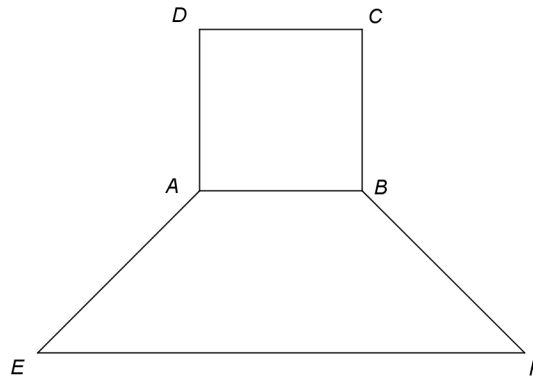
(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată cu vârful  $V$  și baza  $ABCD$ .
- 5p 2. Determinați numărul natural de trei cifre, de forma  $\overline{abc}$ , știind că  $\overline{abc} = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$  și  $a \neq 0$ .
- 5p 3. Un turist a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi turistul a parcurs jumătate din lungimea traseului, în a doua zi turistul a parcurs jumătate din distanța parcursă în prima zi, iar în a treia zi restul de 5 km. Calculați lungimea traseului parcurs în cele trei zile.
4. Se consideră numerele  $a = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{8}} + \frac{3}{\sqrt{18}} + \frac{4}{\sqrt{32}}$  și  $b = \frac{\sqrt{13^2 - 5^2}}{\sqrt{10^2 - 8^2}}$ .
- 5p a) Arătați că  $a = 2\sqrt{2}$ .
- 5p b) Calculați  $a^2 - b^2$ .
- 5p 5. Se consideră  $E(x) = x^3 + (x+1)^2 + 2(x-3)(x+3) + 17$ , unde  $x$  este număr real. Arătați că numărul  $E(n)$  este multiplu de 6, pentru orice număr natural  $n$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

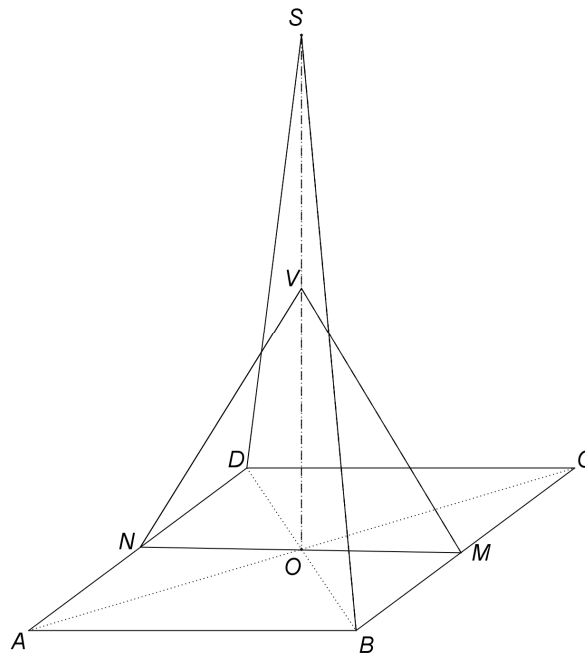
1. *Figura 2* reprezintă schița unui teren format din pătratul  $ABCD$  cu  $AB = 60$  m și trapezul isoscel  $AEFB$  cu  $AB \parallel EF$ ,  $EF = 180$  m și  $AE = 60\sqrt{2}$  m.



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că distanța de la punctul  $A$  la dreapta  $EF$  este egală cu  $60$  m.  
**5p** b) Calculați aria suprafeței terenului.  
**5p** c) Demonstrați că punctele  $E$ ,  $A$  și  $C$  sunt coliniare.

2. În *Figura 3* este reprezentată schematic o platformă în formă de pătrat  $ABCD$  cu latura de  $16$  m. Segmentul  $SO$ , unde  $\{O\} = AC \cap BD$ , reprezintă o antenă de telefonie mobilă amplasată perpendicular pe planul pătratului  $ABCD$ . Antena este ancorată cu patru cabluri  $SB$ ,  $SD$ ,  $VM$  și  $VN$ , unde punctul  $V$  este situat pe segmentul  $SO$ , iar  $M$  și  $N$  sunt mijloacele laturilor  $BC$ , respectiv  $AD$ . Cablul  $SB$  face cu planul pătratului  $ABCD$  un unghi de  $60^\circ$ .



*Figura 3*

- 5p** a) Calculați înălțimea antenei  $SO$ .  
**5p** b) Determinați măsura unghiului dintre planele  $(VOM)$  și  $(SOB)$ .  
**5p** c) Știind că punctul  $H$  este proiecția punctului  $O$  pe planul  $(SAD)$ , demonstrați că  $H$  este ortocentrul triunghiului  $SAD$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2015 - 2016**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Simulare**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	20	5p
2.	6	5p
3.	$\emptyset$	5p
4.	20	5p
5.	$9\sqrt{2}$	5p
6.	22	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida patrulateră regulată Notează piramida patrulateră regulată	4p 1p
2.	$100a + 10b + c = 10a + b + 10b + c + 10c + a \Leftrightarrow 89a = 10c + b$ , de unde obținem $a = 1$ $89 = \overline{cb} \Rightarrow c = 8$ și $b = 9$ , deci $\overline{abc} = 198$	2p 3p
3.	$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 5 = x$ , unde $x$ este lungimea traseului parcurs în cele trei zile $x = 20$ km	3p 2p
4.	a) $a = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{2\sqrt{2}} + \frac{3}{3\sqrt{2}} + \frac{4}{4\sqrt{2}} =$ $= \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$	3p 2p
	b) $b = \frac{\sqrt{12^2}}{\sqrt{6^2}} = \frac{12}{6} = 2$ $a^2 - b^2 = 8 - 4 = 4$	3p 2p
5.	$E(x) = x^3 + x^2 + 2x + 1 + 2x^2 - 18 + 17 = x^3 + 3x^2 + 2x$ $E(n) = n(n^2 + 3n + 2) = n(n+1)(n+2) \Rightarrow E(n)$ este produsul a trei numere naturale consecutive, deci $E(n)$ este multiplu de 6, pentru orice număr natural $n$	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $AEFB$ este trapez isoscel $\Rightarrow EM = \frac{180 - 60}{2} = 60$ m, unde $M \in EF$ astfel încât $AM \perp EF$	2p
	Distanța de la punctul $A$ la dreapta $EF$ este $AM = \sqrt{AE^2 - EM^2} = 60$ m	3p

	<p><b>b)</b> <math>\mathcal{A}_{AEFB} = \frac{(180+60) \cdot 60}{2} = 7200 \text{ m}^2</math></p> <p><math>\mathcal{A}_{ABCD} = 60^2 = 3600 \text{ m}^2 \Rightarrow \mathcal{A}_{\text{teren}} = \mathcal{A}_{ABCD} + \mathcal{A}_{AEFB} = 3600 + 7200 = 10800 \text{ m}^2</math></p>	<b>2p</b>
	<p><b>c)</b> <math>\Delta AEM</math> este dreptunghic isoscel, deci <math>m(\sphericalangle AEM) = 45^\circ</math> și cum <math>AEFB</math> este trapez, obținem <math>m(\sphericalangle EAB) = 135^\circ</math></p> <p><math>m(\sphericalangle EAC) = m(\sphericalangle EAB) + m(\sphericalangle BAC) = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ \Rightarrow</math> punctele <math>E, A</math> și <math>C</math> sunt coliniare</p>	<b>3p</b>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>SO \perp (ABC) \Rightarrow m(\sphericalangle(SB, (ABC))) = m(\sphericalangle(SB, OB)) \Rightarrow m(\sphericalangle SBO) = 60^\circ</math></p> <p>Cum <math>\Delta SBO</math> este dreptunghic în <math>O</math> și <math>BO = 8\sqrt{2} \text{ m}</math>, obținem <math>SO = 8\sqrt{6} \text{ m}</math></p>	<b>2p</b>
	<p><b>b)</b> Cum <math>(VOM) \cap (SOB) = VO</math>, <math>OM \perp VO</math>, <math>OM \subset (VOM)</math> și <math>OB \perp VO</math>, <math>OB \subset (SOB)</math>, obținem <math>m(\sphericalangle((VOM), (SOB))) = m(\sphericalangle(OM, OB)) = m(\sphericalangle MOB)</math></p> <p><math>\Delta MOB</math> este dreptunghic isoscel, deci <math>m(\sphericalangle MOB) = 45^\circ</math></p>	<b>3p</b>
	<p><b>c)</b> <math>OH \perp (SAD) \Rightarrow OH \perp AD</math>, <math>SO \perp AD</math> și cum <math>OH \cap SO = \{O\} \Rightarrow AD \perp (OSH)</math>, de unde <math>AD \perp SH \Rightarrow SH</math> este înălțime în <math>\Delta SAD</math></p> <p><math>OD \perp OA</math>, <math>OD \perp SO</math> și <math>OA \cap SO = \{O\} \Rightarrow OD \perp (SOA) \Rightarrow OD \perp SA</math></p>	<b>2p</b>
	<p><math>OH \perp (SAD) \Rightarrow OH \perp SA</math>, <math>OD \perp SA</math> și cum <math>OH \cap OD = \{O\} \Rightarrow SA \perp (ODH)</math>, de unde <math>SA \perp DH \Rightarrow DH</math> este înălțime în <math>\Delta SAD</math>, deci <math>H</math> este ortocentrul <math>\Delta SAD</math></p>	<b>1p</b>
		<b>2p</b>



**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2016 - 2017**  
**Matematică**

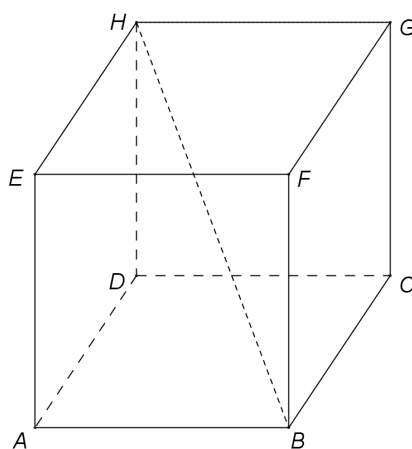
**Varianta 4**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

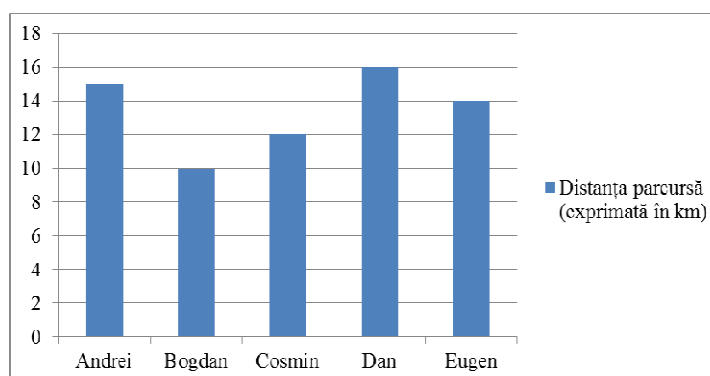
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $3 \cdot 10 - 10$  este egal cu ....
- 5p** 2. Patru kilograme de mere costă 12 lei. Două kilograme de mere, de același fel, costă ... lei.
- 5p** 3. Cel mai mare număr natural care aparține intervalului  $[8,15)$  este egal cu ....
- 5p** 4. Un cerc are raza de 4,5 cm . Lungimea acestui cerc este egală cu  $... \pi$  cm .
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub  $ABCDEFGH$  cu  $AB = 2$  cm . Lungimea diagonalei  $BH$  a cubului  $ABCDEFGH$  este egală cu ... cm .



*Figura 1*

- 5p** 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate distanțele parcurse de cinci alergători, în timpul unui antrenament de o oră.



Conform diagramei, distanța parcursă de Cosmin este mai mare decât distanța parcursă de Bogdan cu ... km .

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$  .
- 5p** 2. Arătați că media aritmetică a numerelor  $a = \sqrt{64}$  și  $b = \frac{6}{\sqrt{2}} + 2 - \sqrt{18}$  este egală cu 5.
- 5p** 3. Un biciclist a parcurs un traseu în două zile. În prima zi biciclistul a parcurs două treimi din lungimea traseului, iar a doua zi a parcurs restul de 15 km . Calculați lungimea traseului parcurs de biciclist în cele două zile.

4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 4$ .

5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .

5p b) Calculați lungimea segmentului determinat de punctele de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axele sistemului de coordonate  $xOy$ .

5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{x^2 - x}{x - 1} - \left( \frac{x + 1}{x - 1} - \frac{x - 1}{x + 1} \right) : \frac{4}{x^2 - 1}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -1$  și  $x \neq 1$ . Arătați că  $E(x) = 0$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -1$  și  $x \neq 1$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. În Figura 2 este reprezentat un dreptunghi  $ABCD$  cu  $AD = 12\text{cm}$  și  $AC = 20\text{cm}$ . Punctul  $M$  este mijlocul laturii  $AD$ , iar punctul  $N$  se află pe latura  $CD$  astfel încât  $DN = 4\text{cm}$ .

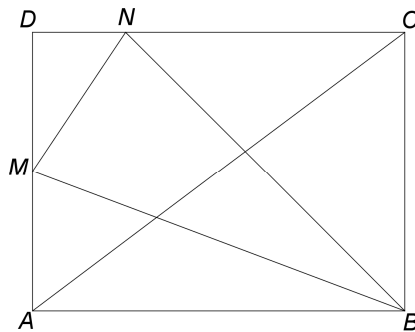


Figura 2

5p a) Arătați că  $AB = 16\text{cm}$ .

5p b) Arătați că raportul dintre aria triunghiului  $DMN$  și aria triunghiului  $ABM$  este egal cu  $\frac{1}{4}$ .

5p c) Determinați distanța de la punctul  $M$  la dreapta  $BN$ .

2. În Figura 3 este reprezentată o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  cu  $VA = AB = 12\text{cm}$ . Punctul  $M$  este mijlocul muchiei  $VA$  și  $AC \cap BD = \{O\}$ .

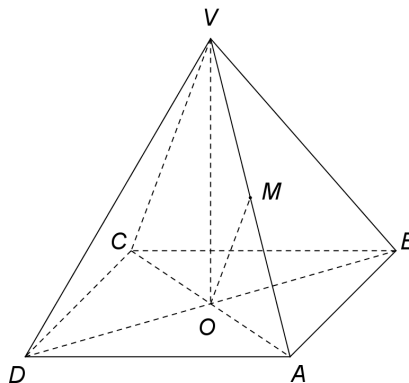


Figura 3

5p a) Arătați că aria pătratului  $ABCD$  este egală cu  $144\text{cm}^2$ .

5p b) Arătați că volumul piramidei  $VABCD$  este egal cu  $288\sqrt{2}\text{cm}^3$ .

5p c) Calculați măsura unghiului determinat de dreptele  $OM$  și  $AB$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2016 - 2017**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 4**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	20	<b>5p</b>
<b>2.</b>	6	<b>5p</b>
<b>3.</b>	14	<b>5p</b>
<b>4.</b>	9	<b>5p</b>
<b>5.</b>	$2\sqrt{3}$	<b>5p</b>
<b>6.</b>	2	<b>5p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	Desenează prisma dreaptă Notează prisma dreaptă	<b>4p</b> <b>1p</b>
<b>2.</b>	$a = 8, b = 3\sqrt{2} + 2 - 3\sqrt{2} = 2$ $m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{8+2}{2} = 5$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>3.</b>	$\frac{2}{3} \cdot x + 15 = x$ , unde $x$ este lungimea traseului parcurs în cele două zile $x = 45$ km	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>4.</b>	<b>a)</b> Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>
	<b>b)</b> $OA = 2$ , unde $A$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$ $OB = 4$ , unde $B$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$ și cum $\triangle AOB$ este dreptunghic, obținem $AB = 2\sqrt{5}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5.</b>	$\frac{x^2 - x}{x-1} = \frac{x(x-1)}{x-1} = x$	<b>1p</b>
	$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{4x}{(x-1)(x+1)}$	<b>2p</b>
	$E(x) = x - \frac{4x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{4} = x - x = 0$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -1$ și $x \neq 1$	<b>2p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	<b>a)</b> $AB^2 = AC^2 - BC^2 =$ $= 20^2 - 12^2 = 256$ , deci $AB = 16$ cm	<b>2p</b> <b>3p</b>
-----------	---	------------------------

	<p><b>b)</b> <math>\mathcal{A}_{\Delta DMN} = \frac{DM \cdot DN}{2}</math>, <math>\mathcal{A}_{\Delta ABM} = \frac{AB \cdot AM}{2}</math></p> <p>Cum <math>DM = AM</math>, obținem <math>\frac{\mathcal{A}_{\Delta DMN}}{\mathcal{A}_{\Delta ABM}} = \frac{DN}{AB} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>\mathcal{A}_{\Delta BNM} = \mathcal{A}_{ABCD} - (\mathcal{A}_{\Delta ABM} + \mathcal{A}_{\Delta BCN} + \mathcal{A}_{\Delta DMN}) = 192 - (48 + 72 + 12) = 60 \text{ cm}^2</math></p> <p>Cum <math>\mathcal{A}_{\Delta BNM} = \frac{BN \cdot d(M, BN)}{2}</math> și <math>BN = 12\sqrt{2} \text{ cm}</math>, obținem că <math>d(M, BN) = 5\sqrt{2} \text{ cm}</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 =</math> <math>= 12^2 = 144 \text{ cm}^2</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>VO = 6\sqrt{2} \text{ cm}</math></p> <p><math>V_{VABCD} = \frac{1}{3} \cdot VO \cdot \mathcal{A}_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{2} \cdot 144 = 288\sqrt{2} \text{ cm}^3</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>OM</math> linie mijlocie în <math>\Delta ACV \Rightarrow OM \parallel CV</math> și, cum <math>AB \parallel CD</math>, obținem <math>m(\sphericalangle OM, AB) =</math> <math>= m(\sphericalangle CV, CD) = m(\sphericalangle DCV)</math></p> <p>Triunghiul <math>VDC</math> este echilateral, deci <math>m(\sphericalangle DCV) = 60^\circ</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2016 - 2017**  
**Matematică**

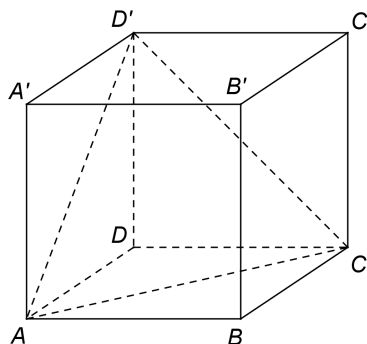
Simulare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

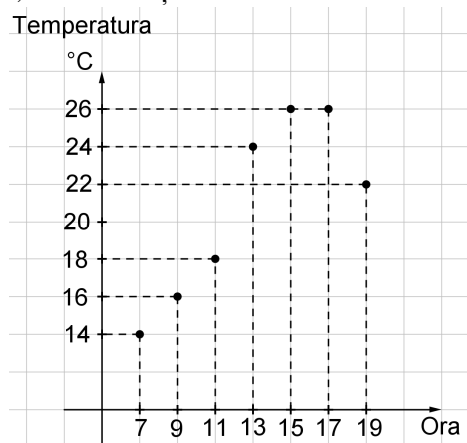
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $9 - 36 : (4 + 5)$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Dacă  $x$  și  $y$  sunt numere reale nenule astfel încât  $\frac{x}{3} = \frac{4}{y}$ , atunci  $\frac{xy}{12}$  este egal cu ... .
- 5p** 3. Produsul numerelor întregi din intervalul  $[-3, 2]$  este egal cu ... .
- 5p** 4. Lungimea unui cerc este egală cu  $100\pi$  cm. Raza acestui cerc este egală cu ... cm.
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 6$  cm. Perimetrul triunghiului  $ACD'$  este egal cu ... cm.



*Figura 1*

- 5p** 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate valorile temperaturilor înregistrate la o stație meteo, din două în două ore pe parcursul unei zile, între ora 7 și ora 19.



Conform diagramei, diferența dintre temperatura înregistrată la ora 17 și temperatura înregistrată la ora 7 este egală cu ... °C.

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă triunghiulară regulată cu vârful  $V$  și baza triunghiul  $ABC$ .
- 5p** 2. Determinați numerele întregi  $x$  pentru care numărul  $\frac{13}{x-7}$  este natural.
- 5p** 3. Suma a două numere naturale este egală cu 280. Determinați cele două numere, știind că o treime din primul număr este egală cu o pătrime din al doilea număr.
- 5p** 4. a) Arătați că  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} + \frac{2(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}} = 4$ .

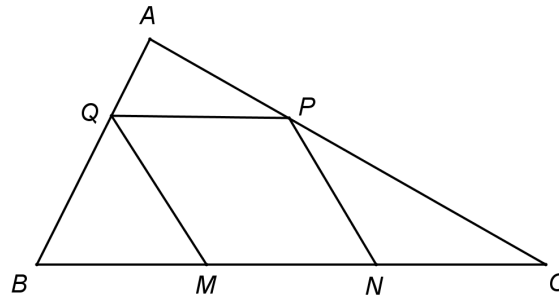
5p b) Calculați media geometrică a numerelor  $a = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$  și  $b = (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$ .

5p 5. Se consideră  $E = x^2 + y^2 - 2xy - 3x - 3y + 2(2xy + 3)$ , unde  $x$  și  $y$  sunt numere reale. Știind că  $x + y = 5$ , arătați că  $E = 16$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi dreptunghic  $ABC$  cu  $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ$ ,  $AB = 9\text{ cm}$  și  $AC = 12\text{ cm}$ . Punctele  $M$  și  $N$  aparțin laturii  $BC$ , punctul  $Q$  aparține laturii  $AB$  și punctul  $P$  aparține laturii  $AC$ , astfel încât  $BM = MN = NC = MQ = NP$ .



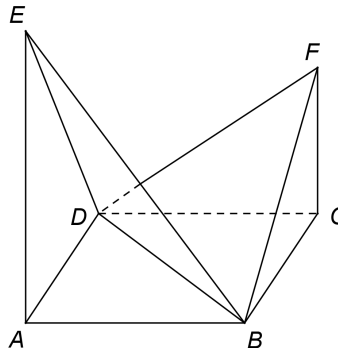
*Figura 2*

5p a) Arătați că perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu  $36\text{ cm}$ .

5p b) Arătați că aria triunghiului  $PMC$  este egală cu  $24\text{ cm}^2$ .

5p c) Demonstrați că patrulaterul  $MNPQ$  este romb.

2. În *Figura 3* este reprezentat un pătrat  $ABCD$  cu  $AB = 4\text{ cm}$ . Pe planul pătratului  $ABCD$  se construiesc perpendicularele  $AE$  și  $CF$  astfel încât  $AE = 2\sqrt{6}\text{ cm}$  și  $CF = 2\sqrt{2}\text{ cm}$ .



*Figura 3*

5p a) Arătați că  $AC = 4\sqrt{2}\text{ cm}$ .

5p b) Arătați că aria triunghiului  $FBD$  este egală cu  $8\sqrt{2}\text{ cm}^2$ .

5p c) Demonstrați că unghiul dintre planele  $(EBD)$  și  $(FBD)$  are măsura egală cu  $75^\circ$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2016 - 2017**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Simulare

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	5	5p
2.	1	5p
3.	0	5p
4.	50	5p
5.	$18\sqrt{2}$	5p
6.	12	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	Desenează piramida triunghiulară regulată Notează piramida triunghiulară regulată	4p 1p
2.	Cum $x - 7$ este număr întreg, $\frac{13}{x-7} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow x - 7 = 1$ sau $x - 7 = 13$ $x = 8$ sau $x = 20$	3p 2p
3.	$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{a+b}{7} = \frac{280}{7} = 40$ , unde $a$ și $b$ sunt cele două numere $a = 120$ și $b = 160$	3p 2p
4.	a) $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} + \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2})^2} = \frac{2+\sqrt{2}}{1} + \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{2} =$ $= 2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 4$	3p 2p
	b) $a \cdot b = ((\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}))^2 = 4$ $m_g = \sqrt{a \cdot b} = 2$	3p 2p
5.	$E = x^2 + y^2 + 2xy - 3(x+y) + 6 = (x+y)^2 - 3(x+y) + 6 =$ $= 5^2 - 3 \cdot 5 + 6 = 16$	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 225$ , deci $BC = 15$ cm $P_{\Delta ABC} = AB + AC + BC = 9 + 12 + 15 = 36$ cm	3p 2p
	b) $PN$ mediană în $\Delta PMC$ și, cum $PN = \frac{MC}{2}$ , obținem $\Delta PMC$ dreptunghic în $P$ $PM \parallel AB \Rightarrow \Delta PMC \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{PM}{AB} = \frac{MC}{BC} = \frac{PC}{AC}$ , deci $PM = 6$ cm și $PC = 8$ cm, de unde obținem $\mathcal{A}_{\Delta PMC} = \frac{PM \cdot PC}{2} = 24$ cm <sup>2</sup>	2p 3p

	<p>c) <math>QM</math> mediană în <math>\triangle QBN</math> și <math>QM = \frac{BN}{2}</math>, deci <math>\triangle QBN</math> dreptunghic în <math>Q \Rightarrow NQ \perp AB</math> și, cum <math>AB \perp AC</math> și <math>MP \perp AC</math>, obținem <math>MP \perp NQ</math></p> <p>Cum <math>\triangle QMN</math> este isoscel și <math>MP \perp NQ</math>, obținem că punctul <math>O</math> este mijlocul lui <math>NQ</math>, unde <math>\{O\} = MP \cap NQ</math> și, cum <math>\triangle MNP</math> este isoscel și <math>MP \perp NO</math>, punctul <math>O</math> este mijlocul lui <math>MP</math>, deci <math>MNPQ</math> este romb</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
2.	<p>a) <math>AC^2 = AB^2 + BC^2 =</math> <math>= 16 + 16 = 32</math>, deci <math>AC = 4\sqrt{2}</math> cm</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p>b) <math>FC \perp (ABC)</math>, <math>CB, CD \subset (ABC) \Rightarrow FC \perp CB</math> și <math>FC \perp CD</math>, de unde <math>\triangle FCB \equiv \triangle FCD</math>, deci <math>\triangle FBD</math> este isoscel, de unde obținem <math>FO \perp BD</math>, unde <math>\{O\} = AC \cap BD</math></p> <p><math>\triangle FCO</math> este dreptunghic, deci <math>FO = 4</math> cm, de unde obținem <math>\mathcal{A}_{\triangle FBD} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 4}{2} = 8\sqrt{2}</math> cm<sup>2</sup></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p>c) <math>EA \perp (ABC)</math>, <math>AO \perp BD</math>, <math>AO, BD \subset (ABC) \Rightarrow EO \perp BD</math></p> <p>Cum <math>(EBD) \cap (FBD) = BD</math>, <math>EO \perp BD</math>, <math>EO \subset (EBD)</math> și <math>FO \perp BD</math>, <math>FO \subset (FBD)</math>, obținem <math>m(\sphericalangle((EBD), (FBD))) = m(\sphericalangle(EO, FO))</math></p> <p><math>\triangle FCO</math> dreptunghic isoscel, deci <math>m(\sphericalangle FOC) = 45^\circ</math> și <math>\triangle EAO</math> dreptunghic cu <math>AO = \frac{1}{2}OE</math>, deci <math>m(\sphericalangle EOA) = 60^\circ</math>, de unde obținem <math>m(\sphericalangle(EO, FO)) = m(\sphericalangle EOF) = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>3p</b></p>



**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2016 - 2017**

**Matematică**

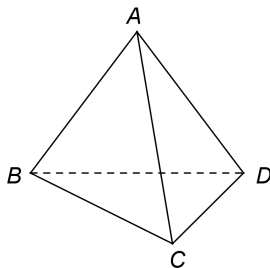
**Varianta 2**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

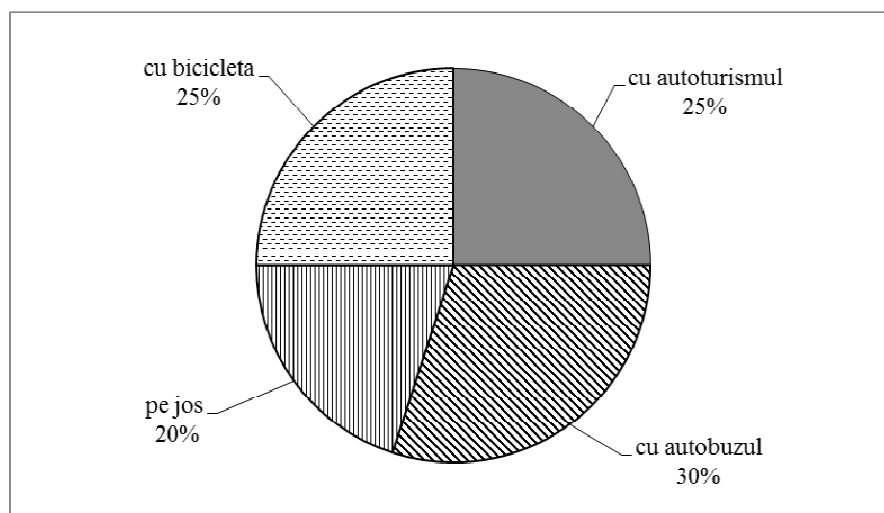
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $18 - 12 : 3$  este egal cu ....
- 5p** 2. Dintre cei 30 de elevi ai unei clase, o treime sunt fete. Numărul fetelor din clasă este egal cu ....
- 5p** 3. Cel mai mare număr întreg din intervalul  $(-4, 2]$  este ....
- 5p** 4. Dacă un dreptunghi are lungimea de 12 cm și lățimea de 5 cm, atunci aria acestui dreptunghi este egală cu ...cm<sup>2</sup>.
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat  $ABCD$  cu  $AB = 6$  cm. Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului este egală cu ...cm.



*Figura 1*

- 5p** 6. În diagrama de mai jos este prezentată repartitia celor 400 de elevi ai unei școli, în funcție de modul lor de deplasare spre școală.



Conform diagramei, numărul elevilor care se deplasează spre școală cu bicicleta este egal cu ....

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

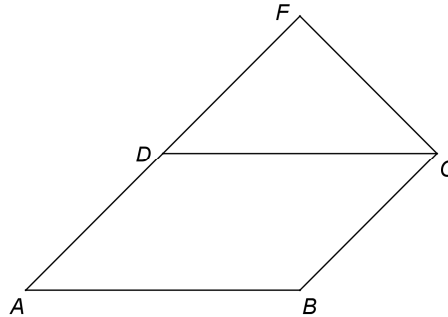
- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ .
- 5p** 2. Arătați că media geometrică a numerelor  $a = 0,36$  și  $b = 0,25$  este egală cu  $\frac{3}{10}$ .
- 5p** 3. Un turist a parcurs un traseu în două zile. În prima zi a parcurs  $\frac{3}{5}$  din lungimea traseului, iar a doua zi restul de 12 km. Calculați lungimea traseului parcurs de turist în cele două zile.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 3$ .
- 5p** a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p** b) În triunghiul determinat de graficul funcției  $f$  și axele sistemului de coordonate  $xOy$ , determinați lungimea bisectoarei unghiului drept.

- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{2x^2 - 18}{x^2 + 6x + 9} : \frac{10(x-3)}{5x+15}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -3$  și  $x \neq 3$ .  
Arătați că  $E(x) = 1$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -3$  și  $x \neq 3$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

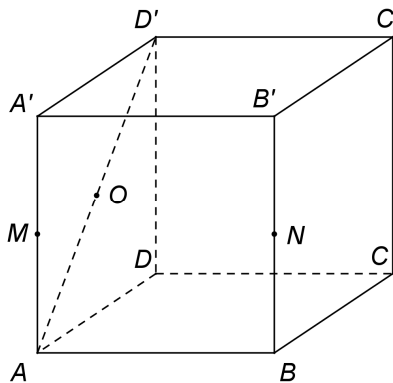
1. *Figura 2* reprezintă schița unui teren. Patrulaterul  $ABCD$  este paralelogram cu  $AB = 12\sqrt{2}$  m,  $BC = 12$  m,  $m(\sphericalangle DAB) = 45^\circ$  și triunghiul  $DCF$  este dreptunghic isoscel cu  $m(\sphericalangle DFC) = 90^\circ$ .



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că perimetrul triunghiului  $DCF$  este egal cu  $12(\sqrt{2} + 2)$  m.  
**5p** b) Arătați că aria terenului este egală cu  $216$  m<sup>2</sup>.  
**5p** c) Demonstrați că dreptele  $CD$  și  $BF$  sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 6$  cm. Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $AA'$ , respectiv  $BB'$ .



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că volumul cubului  $ABCD A' B' C' D'$  este egal cu  $216$  cm<sup>3</sup>.  
**5p** b) Demonstrați că dreptele  $BM$  și  $CO$  sunt coplanare, unde punctul  $O$  este mijlocul segmentului  $AD'$ .  
**5p** c) Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de dreptele  $BD'$  și  $C'N$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2016 - 2017**  
**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 2**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	14	5p
2.	10	5p
3.	2	5p
4.	60	5p
5.	36	5p
6.	100	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma dreaptă Notează prisma dreaptă	4p 1p
2.	$m_g = \sqrt{0,36 \cdot 0,25} = 0,6 \cdot 0,5 =$ $= 0,3 = \frac{3}{10}$	3p 2p
3.	$\frac{3}{5} \cdot x + 12 = x$ , unde $x$ este lungimea traseului parcurs de turist în cele două zile $x = 30$ km	2p 3p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	b) $OA = 3$ , unde $A$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$ $OB = 3$ , unde $B$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$ $AB = 3\sqrt{2}$ și, cum $\triangle AOB$ este dreptunghic isoscel, bisectoarea unghiului drept este și mediană, deci are lungimea egală cu $\frac{3\sqrt{2}}{2}$	1p 1p 3p
5.	$2x^2 - 18 = 2(x-3)(x+3)$ $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$ $E(x) = \frac{2(x-3)(x+3)}{(x+3)^2} \cdot \frac{5(x+3)}{10(x-3)} = 1$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -3$ și $x \neq 3$	2p 1p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $\triangle DCF$ este dreptunghic isoscel și $DC = 12\sqrt{2} \Rightarrow CF = DF = 12$ m $P_{\triangle DCF} = DC + DF + CF = 12\sqrt{2} + 12 + 12 = 12(\sqrt{2} + 2)$ m	3p 2p
----	---	----------

	<b>b)</b> $\mathcal{A}_{\Delta DCF} = \frac{DF \cdot CF}{2} = 72 \text{ m}^2$	<b>2p</b>
	Cum $d(D, AB) = 6\sqrt{2} \text{ m}$ , obținem $\mathcal{A}_{ABCD} = 12\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} = 144 \text{ m}^2$	<b>2p</b>
	$\mathcal{A}_{\text{teren}} = \mathcal{A}_{\Delta DCF} + \mathcal{A}_{ABCD} = 216 \text{ m}^2$	<b>1p</b>
	<b>c)</b> $\sphericalangle FDC$ și $\sphericalangle BCD$ sunt unghiuri alterne interne și $m(\sphericalangle FDC) = m(\sphericalangle BCD) = 45^\circ$ , deci $DF \parallel BC$ și, cum $DF = BC$ , obținem că $BCFD$ este paralelogram	<b>3p</b>
	Cum $DF = FC$ , obținem că $BCFD$ este romb, deci $BF \perp DC$	<b>2p</b>
<b>2.</b>	<b>a)</b> $V_{ABCD A' B' C' D'} = AB^3 =$	<b>2p</b>
	$= 6^3 = 216 \text{ cm}^3$	<b>3p</b>
	<b>b)</b> $MO$ este linie mijlocie în $\Delta AD'A'$ , deci $MO \parallel A'D'$	<b>2p</b>
	$A'D' \parallel BC \Rightarrow MO \parallel BC$ , de unde obținem că dreptele $MO$ și $BC$ sunt coplanare, deci și dreptele $BM$ și $CO$ sunt coplanare	<b>3p</b>
	<b>c)</b> $C'N \parallel D'M$ , deci $m(\sphericalangle(BD', C'N)) = m(\sphericalangle(BD', D'M))$	<b>2p</b>
	$BD' = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ , $D'M = BM = 3\sqrt{5} \text{ cm}$ și, dacă $P$ este mijlocul lui $BD'$ , atunci $\Delta MD'P$ este dreptunghic în $P$ , de unde obținem $\text{tg}(\sphericalangle(BD', D'M)) = \text{tg}(\sphericalangle BD'M) = \frac{MP}{D'P} = \frac{\sqrt{6}}{3}$	<b>3p</b>

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2016 - 2017  
Matematică

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $10 + (3 + 7) : 10$  este egal cu ... .
- 5p 2. Șase caiete de același fel costă în total 18 lei. Trei dintre aceste caiete costă în total ... lei.
- 5p 3. Cel mai mare număr natural de două cifre este egal cu ... .
- 5p 4. În triunghiul echilateral  $ABC$ , măsura unghiului  $ABC$  este egală cu ... °.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat  $ABCD$ , cu  $BC = 5$  cm. Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului  $ABCD$  este egală cu ... cm.

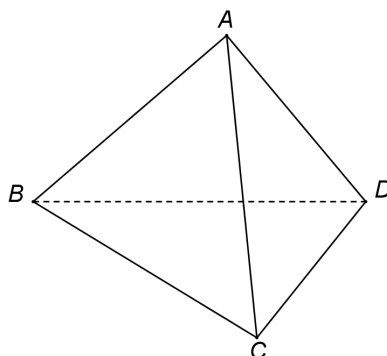
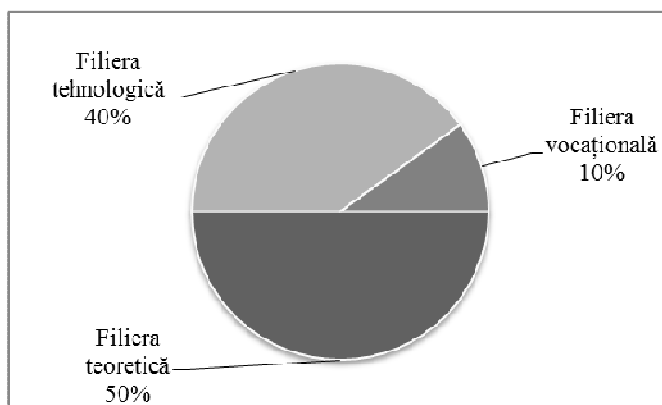


Figura 1

- 5p 6. În diagrama de mai jos este prezentată repartiția celor 30 de elevi ai unei clase a VIII-a, după opțiunile lor referitoare la continuarea studiilor.



Conform diagramei, numărul elevilor din clasă care au optat pentru filiera teoretică este egal cu ... .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

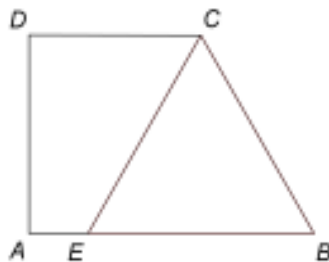
- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub  $ABCD A' B' C' D'$ .
- 5p 2. Calculați media geometrică a numerelor  $a = 3^{100} : 3^{98}$  și  $b = 3 \cdot 2 - 2$ .
- 5p 3. Numerele  $x$  și  $y$  sunt direct proporționale cu numerele 5 și 4. Determinați numerele  $x$  și  $y$ , știind că suma lor este egală cu 54.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 4$ .
- 5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p b) În triunghiul determinat de graficul funcției  $f$  și axele sistemului de coordonate  $xOy$ , calculați lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei.

- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{(x-2)^2 - 2(x-2) + 1}{x^2 - 9} \cdot \frac{x+3}{x-3}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -3$  și  $x \neq 3$ . Arătați că  $E(x) = 1$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -3$  și  $x \neq 3$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

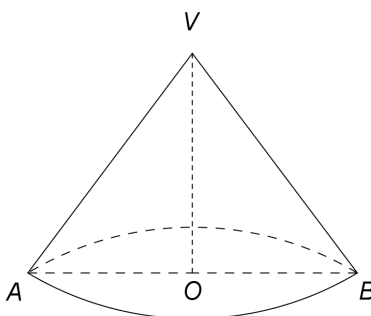
**(30 de puncte)**

1. *Figura 2* este schița unui teren în formă de trapez dreptunghic  $ABCD$ , cu  $AB \parallel CD$ ,  $AD \perp AB$ ,  $AB = 100$  m,  $CD = 60$  m și  $AD = 40\sqrt{3}$  m. Segmentul  $CE$ , unde  $E \in (AB)$ , împarte suprafața trapezului  $ABCD$  în două suprafețe cu arii egale.



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că aria trapezului  $ABCD$  este egală cu  $3200\sqrt{3}$  m<sup>2</sup>.  
**5p** b) Calculați măsura unghiului  $BCD$ .  
**5p** c) Demonstrați că triunghiul  $CEB$  este echilateral.
2. În *Figura 3* este reprezentat un con circular drept, cu secțiunea axială  $VAB$ , raza bazei  $OA = 3$  cm și înălțimea  $VO = 4$  cm.



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că aria bazei conului este egală cu  $9\pi$  cm<sup>2</sup>.  
**5p** b) Calculați aria laterală a conului.  
**5p** c) Pe cercul de centru  $O$  și rază  $OA$  se consideră un punct  $C$ , astfel încât  $m(\sphericalangle BOC) = 90^\circ$ .  
 Demonstrați că distanța de la punctul  $O$  la planul  $(VBC)$  este egală cu  $\frac{12\sqrt{41}}{41}$  cm.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2016 - 2017**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Model**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	11	5p
2.	9	5p
3.	99	5p
4.	60	5p
5.	30	5p
6.	15	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul Notează cubul	4p 1p
2.	$m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{3^2(6-2)} =$ $= \sqrt{3^2 \cdot 4} = 6$	3p 2p
3.	$\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{x+y}{5+4} = \frac{54}{9} = 6 \Rightarrow x = 30$ $y = 24$	3p 2p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Trasarea graficului funcției $f$	1p
b)	$OM = 2$ , unde $M$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$	1p
	$ON = 4$ , unde $N$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$	1p
	Cum $\triangle MON$ este dreptunghic în $O$ , obținem $MN = 2\sqrt{5}$ , deci lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei este egală cu $\sqrt{5}$	3p
5.	$(x-2)^2 - 2(x-2) + 1 = (x-3)^2$	2p
	$x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$	2p
	$E(x) = \frac{(x-3)^2}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{x+3}{x-3} = 1$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -3$ și $x \neq 3$	1p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(AB+CD) \cdot AD}{2} =$	2p
	$= \frac{(100+60) \cdot 40\sqrt{3}}{2} = 3200\sqrt{3} \text{ m}^2$	3p

	<p><b>b)</b> <math>CM = 40\sqrt{3}</math> m, unde <math>M \in (AB)</math> astfel încât <math>CM \perp AB</math>  <math>MB = 40</math> m și, cum <math>\triangle BCM</math> este dreptunghic, obținem <math>BC = 80</math> m și <math>m(\sphericalangle BCM) = 30^\circ</math>  <math>m(\sphericalangle BCD) = m(\sphericalangle BCM) + m(\sphericalangle MCD) = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>3p</b></p> <p><b>1p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>ABCD</math> trapez <math>\Rightarrow m(\sphericalangle ABC) = 180^\circ - m(\sphericalangle BCD) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ</math>  <math>\mathcal{A}_{\triangle CEB} = \frac{1}{2} \cdot \mathcal{A}_{ABCD} \Rightarrow \frac{EB \cdot 40\sqrt{3}}{2} = 1600\sqrt{3}</math>, de unde obținem <math>EB = 80</math> m  Cum <math>EB = BC</math> și <math>m(\sphericalangle EBC) = 60^\circ \Rightarrow \triangle CEB</math> este echilateral</p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p>
2.	<p><b>a)</b> <math>\mathcal{A}_{\text{bazei}} = \pi \cdot OA^2 =</math>  <math>= \pi \cdot 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>AV = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5</math> cm  <math>\mathcal{A}_{\text{laterală}} = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi \text{ cm}^2</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>ON \perp (VBC)</math>, <math>N \in (VBC)</math> și <math>BC \subset (VBC) \Rightarrow BC \perp ON</math>  <math>BC \perp VO</math>, <math>ON \cap VO = \{O\} \Rightarrow BC \perp (VON) \Rightarrow BC \perp VN</math> și, pentru <math>\{M\} = VN \cap BC</math>, obținem  că punctul <math>M</math> este mijlocul segmentului <math>BC</math>  <math>VM = \frac{\sqrt{82}}{2}</math> cm, <math>OM = \frac{3\sqrt{2}}{2}</math> cm și <math>ON</math> este înălțime în <math>\triangle VOM</math> dreptunghic în <math>O</math>, deci  <math>ON = \frac{VO \cdot OM}{VM} = \frac{12}{\sqrt{41}} = \frac{12\sqrt{41}}{41}</math> cm</p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>3p</b></p>



**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2016 - 2017**

**Matematică**

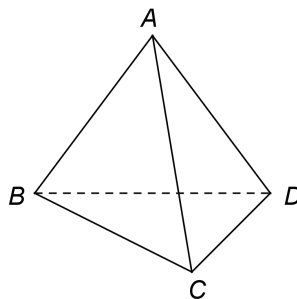
**Varianta 6**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $20 - 20 : 2$  este egal cu ...
- 5p** 2. Șase caiete de același fel costă 30 de lei. Trei dintre acestea costă ... lei.
- 5p** 3. Dacă  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  și  $B = \{4, 6, 8\}$ , atunci mulțimea  $A \cap B$  este egală cu  $\{\dots\}$ .
- 5p** 4. Aria unui pătrat cu latura de 6 cm este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat  $ABCD$ . Dacă suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului este egală cu 12 cm, atunci lungimea muchiei  $AB$  este egală cu ... cm.



*Figura 1*

- 5p** 6. În tabelul de mai jos este prezentat numărul de elevi al fiecăreia dintre clasele unei școli.

Clasa	a V-a A	a V-a B	a VI-a A	a VI-a B	a VII-a A	a VII-a B	a VIII-a A	a VIII-a B
Număr de elevi	25	26	30	28	24	26	30	28

Conform tabelului, numărul total al elevilor din clasele a VIII-a ale acestei școli este egal cu ...

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

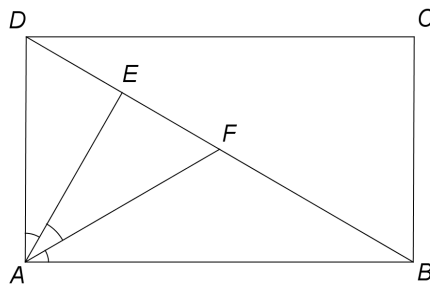
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub  $ABCDEFGH$ .
- 5p** 2. Arătați că  $(1 + 0,5)(1 - 0,5) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{5}{4}$ .
- 5p** 3. Determinați două numere, știind că media lor aritmetică este egală cu 150, iar raportul celor două numere este egal cu  $\frac{1}{2}$ .
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 3$ .
- 5p** a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p** b) În sistemul de coordonate  $xOy$ , determinați abscisa punctului care aparține graficului funcției  $f$ , știind că punctul are abscisa egală cu ordonata.
- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \frac{(x+2)^2 - 9}{x^2 - 25} : \frac{x-1}{x-5}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -5$ ,  $x \neq 1$  și  $x \neq 5$ . Arătați că  $E(x) = 1$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -5$ ,  $x \neq 1$  și  $x \neq 5$ .

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

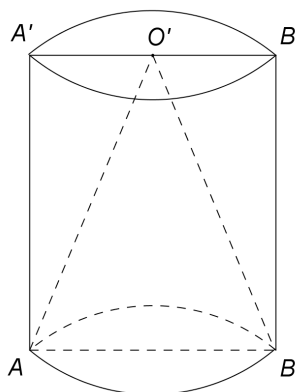
1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB = 8\sqrt{3}$  cm și  $AD = 8$  cm. Pe segmentul  $BD$  se consideră punctele  $E$  și  $F$  astfel încât  $m(\sphericalangle DAE) = m(\sphericalangle EAF) = m(\sphericalangle FAB)$ .



*Figura 2*

- 5p a) Arătați că perimetrul dreptunghiului  $ABCD$  este egal cu  $16(\sqrt{3} + 1)$  cm.
- 5p b) Demonstrați că punctele  $A$ ,  $F$  și  $C$  sunt coliniare.
- 5p c) Știind că  $FM \parallel AB$ , unde  $M \in (AD)$  și  $N$  este punctul de intersecție a dreptelor  $FM$  și  $AE$ , demonstrați că dreptele  $DN$  și  $AC$  sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un cilindru circular drept cu generatoarea  $AA' = 12$  cm. Segmentul  $AB$  este diametru al bazei cilindriului,  $AB = 10$  cm și punctul  $O'$  este mijlocul diametrului  $A'B'$ .



*Figura 3*

- 5p a) Arătați că aria laterală a cilindriului circular drept este egală cu  $120\pi$  cm<sup>2</sup>.
- 5p b) Demonstrați că segmentul  $A'B$  are lungimea mai mică de 16 cm.
- 5p c) Calculați valoarea sinusului unghiului dintre dreapta  $AO'$  și planul uneia dintre bazele cilindriului circular drept.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2016 - 2017**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 6**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	10	5p
2.	15	5p
3.	4	5p
4.	36	5p
5.	2	5p
6.	58	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul Notează cubul	4p 1p
2.	$(1+0,5)(1-0,5) = \frac{3}{4}$ Cum $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$ , obținem $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$	3p 2p
3.	$\frac{x+y}{2} = 150$ , unde $x$ și $y$ sunt cele două numere, deci $x+y = 300$ Cum $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ , obținem $x = 100$ și $y = 200$	2p 3p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	b) $f(a) = a$ , unde $A(a, a)$ este punctul care aparține graficului funcției $f$ , punct care are abscisa egală cu ordonata $2a + 3 = a$ , deci $a = -3$	2p 3p
5.	$(x+2)^2 - 9 = (x-1)(x+5)$ $x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$ $E(x) = \frac{(x-1)(x+5)}{(x-5)(x+5)} \cdot \frac{x-5}{x-1} = 1$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -5$ , $x \neq 1$ și $x \neq 5$	2p 1p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $P = 2(AB + AD) =$ $= 2(8\sqrt{3} + 8) = 16(\sqrt{3} + 1)$ cm	2p 3p
----	---	----------

	<p><b>b)</b> <math>\triangle ABD</math> dreptunghic, deci <math>BD = 16\text{ cm}</math> și, cum <math>AD = \frac{1}{2}BD</math>, obținem <math>m(\sphericalangle ABD) = 30^\circ</math></p> <p><math>m(\sphericalangle ADF) = m(\sphericalangle DAF) = 60^\circ \Rightarrow \triangle AFD</math> este echilateral, deci <math>F</math> este mijlocul segmentului <math>BD</math> și, cum <math>ABCD</math> este dreptunghi, obținem <math>F \in (AC)</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>FM \parallel AB</math> și <math>AB \perp AD</math>, deci <math>FM \perp AD</math>, adică <math>FM</math> este înălțime în <math>\triangle AFD</math></p> <p>(<math>AE</math> este bisectoare în triunghiul echilateral <math>AFD</math>, deci <math>AE</math> este înălțime în <math>\triangle AFD \Rightarrow</math> punctul <math>N</math> este ortocentrul <math>\triangle AFD</math>, deci <math>DN \perp AC</math>)</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>\mathcal{A}_{\text{laterală}} = 2\pi RG =</math> <math>= \pi \cdot 10 \cdot 12 = 120\pi \text{ cm}^2</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>\triangle ABA'</math> este dreptunghic, deci <math>A'B = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = \sqrt{12^2 + 10^2} = \sqrt{244} \text{ cm}</math></p> <p>Cum <math>244 &lt; 256</math>, obținem <math>A'B &lt; 16 \text{ cm}</math></p>	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>m(\sphericalangle(AO', \text{planul bazei})) = m(\sphericalangle(AO', AO)) = m(\sphericalangle OAO')</math>, unde <math>O</math> este centrul bazei cilindrului circular drept</p> <p><math>AO = 5 \text{ cm}</math> și, cum <math>\triangle OAO'</math> este dreptunghic, obținem <math>AO' = 13 \text{ cm}</math>, deci <math>\sin(\sphericalangle OAO') = \frac{12}{13}</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2017 - 2018

Matematică

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $16 - 16 : 4$  este egal cu ....
- 5p 2. Dacă  $\frac{x}{10} = \frac{20}{100}$ , atunci numărul  $x$  este egal cu ....
- 5p 3. Numărul natural din intervalul  $(0,2)$  este egal cu ....
- 5p 4. Rombul  $ABCD$  are diagonalele  $AC = 16$  cm și  $BD = 12$  cm. Lungimea laturii  $AB$  a acestui romb este egală cu ... cm.
- 5p 5. Secțiunea axială a cilindrului circular drept reprezentat în *Figura 1* este un pătrat cu latura de 6 cm. Volumul acestui cilindru este egal cu  $\dots \pi \text{ cm}^3$ .

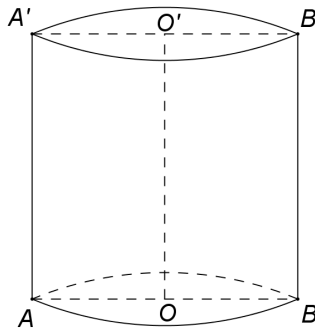


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos este prezentată repartiția elevilor unei clase a VIII-a, în funcție de notele obținute la teza la matematică, în semestrul al II-lea.

Nota la teză	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	0	0	1	2	3	4	5	6	5	3

Conform tabelului, numărul elevilor care au obținut la teză cel puțin nota 9 este mai mare decât numărul elevilor care au obținut la teză cel mult nota 4 cu ....

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată de vârf  $V$  și bază  $ABCD$ .
- 5p 2. Arătați că suma numerelor  $x = \left(\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{2} - \left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{3}$  și  $y = \left(\frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3\sqrt{5}}\right) : \frac{1}{\sqrt{180}}$  este pătratul unui număr natural.
- 5p 3. Perimetrul unui dreptunghi este egal cu 220 cm. Determinați lungimea și lățimea acestui dreptunghi, știind că, dacă am mări lățimea dreptunghiului cu 10 cm și am micșora lungimea dreptunghiului cu 20 cm, am obține un dreptunghi cu aria egală cu aria dreptunghiului inițial.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x + 1$ .
- 5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p b) Calculați tangenta unghiului determinat de graficul funcției  $f$  cu axa  $Oy$  a sistemului de coordonate  $xOy$ .
- 5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left(\frac{x}{x+2} - \frac{3}{2-x} - \frac{6x}{x^2-4}\right) : \frac{(x-2)^2-1}{x^2+x-2}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -2$ ,  $x \neq 1$ ,  $x \neq 2$  și  $x \neq 3$ . Arătați că  $E(x) = 1$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -2$ ,  $x \neq 1$ ,  $x \neq 2$  și  $x \neq 3$ .

1. În *Figura 2* este reprezentat un dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB > BC$  și  $AC = 4$  dm, iar punctul  $O$  este intersecția diagonalelor dreptunghiului. Punctele  $E$  și  $F$  sunt mijloacele segmentelor  $AO$ , respectiv  $CO$  și punctul  $L$  aparține laturii  $AB$ , astfel încât  $LE = LF$ .

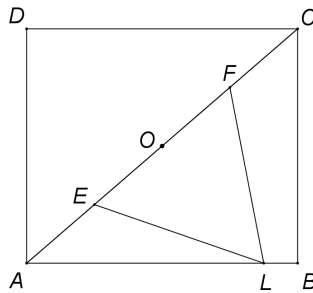


Figura 2

- 5p a) Arătați că  $OE = 1$  dm .  
5p b) Demonstrați că triunghiurile  $AOL$  și  $ABC$  sunt asemenea.  
5p c) Arătați că, dacă triunghiul  $LEF$  este echilateral, atunci  $AB = \frac{8\sqrt{7}}{7}$  dm .

2. În *Figura 3* este reprezentat un tetraedru regulat  $ABCD$  cu  $AB = 10$  cm . Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele muchiilor  $CD$ , respectiv  $BC$ .

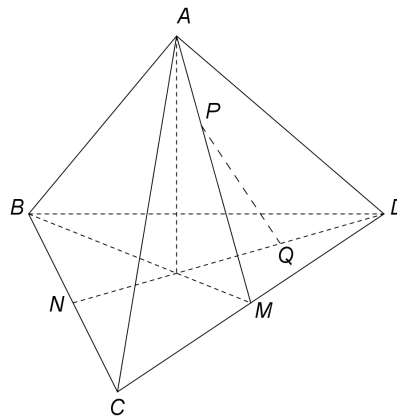


Figura 3

- 5p a) Arătați că suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului  $ABCD$  este egală cu 60 cm .  
5p b) Arătați că aria totală a tetraedrului  $ABCD$  este egală cu  $\sqrt{3}$  dm<sup>2</sup> .  
5p c) Demonstrați că dreapta  $PQ$  este paralelă cu planul  $(ABD)$ , unde punctele  $P$  și  $Q$  sunt situate pe segmentele  $AM$ , respectiv  $DN$  astfel încât  $\frac{AP}{AM} = \frac{DQ}{DN} = \frac{1}{3}$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2017 - 2018**  
**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Model**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	12	5p
2.	2	5p
3.	1	5p
4.	10	5p
5.	54	5p
6.	5	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează piramida patrulateră Notează piramida patrulateră	4p 1p
2.	$x = 3$ $y = 13 \Rightarrow x + y = 16 = 4^2$	2p 3p
3.	$2(L + l) = 220 \text{ cm}$ , unde $L$ și $l$ sunt lungimea, respectiv lățimea dreptunghiului Cum $L \cdot l = (L - 20)(l + 10)$ , obținem $L = 80 \text{ cm}$ și $l = 30 \text{ cm}$	2p 3p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	b) $OM = \frac{1}{3}$ , unde $M$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$ $ON = 1$ , unde $N$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$ Unghiul determinat de graficul funcției $f$ cu axa $Oy$ este $\sphericalangle MNO$ și, cum $\triangle OMN$ este dreptunghic, obținem $\text{tg}(\sphericalangle MNO) = \frac{1}{3}$	2p 2p 1p
5.	$\frac{x}{x+2} - \frac{3}{2-x} - \frac{6x}{x^2-4} = \frac{x-3}{x+2}$	2p
	$\frac{(x-2)^2-1}{x^2+x-2} = \frac{x-3}{x+2}$	2p
	$E(x) = \frac{x-3}{x+2} : \frac{x-3}{x+2} = 1$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -2$ , $x \neq 1$ , $x \neq 2$ și $x \neq 3$	1p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Punctul $O$ este mijlocul segmentului $AC$ , deci $AO = 2$ dm	3p
	$OE = \frac{AO}{2} = 1$ dm	2p
	b) $\triangle LEF$ este isoscel și $O$ este mijlocul segmentului $EF$ , deci $LO \perp EF$ Cum $\triangle AOL$ și $\triangle ABC$ sunt dreptunghice și $\sphericalangle OAL \equiv \sphericalangle BAC$ , obținem $\triangle AOL \sim \triangle ABC$	2p 3p
	c) $EF = 2$ dm și $\triangle LEF$ echilateral, deci $OL = \sqrt{3}$ dm, de unde obținem $AL = \sqrt{7}$ dm $\triangle AOL \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AO}{AB} = \frac{AL}{AC} \Rightarrow \frac{2}{AB} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ , deci $AB = \frac{8\sqrt{7}}{7}$ dm	3p 2p
2.	a) Suma lungimilor tuturor muchiilor tetraedrului $ABCD$ este egală cu $6AB = 6 \cdot 10 = 60$ cm	3p 2p
	b) $ABCD$ este tetraedru regulat, deci $\mathcal{A}_{totală} = 4 \cdot \mathcal{A}_{\triangle ABC} = 100\sqrt{3}$ cm <sup>2</sup> = $\sqrt{3}$ dm <sup>2</sup>	2p 3p
	c) $\frac{DQ}{DN} = \frac{1}{3}$ , deci $Q$ este mijlocul segmentului $DO$ , unde $O$ este centrul de greutate al $\triangle BCD$ $TQ$ este linie mijlocie în $\triangle ODB \Rightarrow TQ \parallel BD$ , unde $T$ este mijlocul segmentului $OB$	1p 1p
	$\frac{AP}{PM} = \frac{BT}{TM} \Rightarrow PT \parallel AB$ și, cum $PT \not\subset (ABD)$ și $TQ \not\subset (ABD)$ , obținem $(PTQ) \parallel (ABD)$ Cum $PQ \subset (PTQ)$ , obținem $PQ \parallel (ABD)$	2p 1p



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2017 - 2018

Matematică

Varianta 6

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $30 - 30 : 3$  este egal cu ....
- 5p 2. Zece caiete de același fel costă 40 de lei. Cinci dintre acestea costă ... lei.
- 5p 3. Dacă  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, x\}$  și  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , atunci numărul  $x$  este egal cu ....
- 5p 4. Un trapez are baza mare de 12 cm și baza mică de 8 cm. Linia mijlocie a acestui trapez are lungimea egală cu ... cm.
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentat paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 10$  cm,  $BC = 5$  cm și  $AA' = 4$  cm. Volumul acestui paralelipiped este egal cu ...  $\text{cm}^3$ .

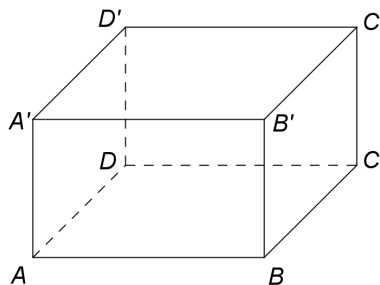


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos sunt prezentate temperaturile înregistrate la ora 8, la o stație meteo, în fiecare zi a unei săptămâni din luna februarie.

Ziua	luni	marți	miercuri	joi	vineri	sâmbătă	duminică
Temperatura (°C)	-1	-8	-10	-3	1	3	5

Conform tabelului, media aritmetică a temperaturilor pozitive înregistrate este egală cu ... °C.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

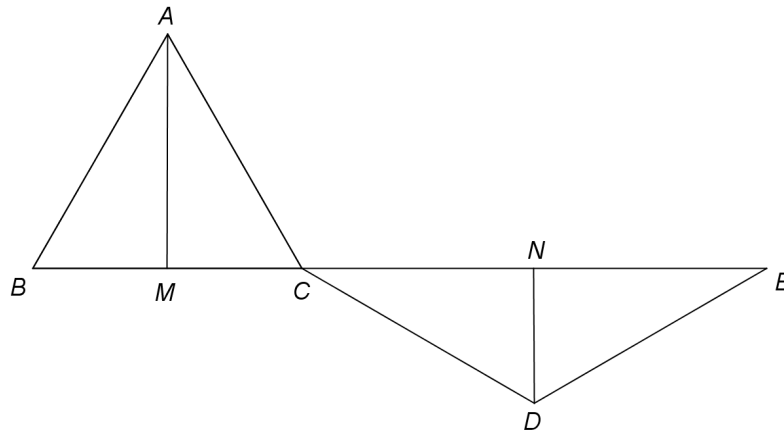
(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, un cub  $ABCD A' B' C' D'$ .
- 5p 2. Arătați că numărul natural  $N = 2^{n+3} - 2^{n+2} + 7 \cdot 2^{n+1} - 2^n$  este divizibil cu 17, pentru orice număr natural  $n$ .
- 5p 3. Mai mulți elevi vor să cumpere împreună materiale pentru un proiect școlar. Dacă fiecare elev contribuie cu câte 20 de lei, mai sunt necesari 20 de lei pentru cumpărarea materialelor, iar dacă fiecare contribuie cu câte 25 de lei, rămân 5 lei după cumpărarea materialelor. Determinați suma necesară pentru cumpărarea materialelor.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 4$ .
- 5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p b) În sistemul de coordonate  $xOy$  se consideră punctul  $D(0, -1)$ . Determinați distanța de la punctul  $D$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{x+1}{x-3} - \frac{2x^2+3x-3}{x^2-9} + \frac{2x-1}{x+3} \right) : \frac{2x^2-18}{x^2+6x+9}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -3$  și  $x \neq 3$ . Arătați că  $E(x) = \frac{1}{2}$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -3$  și  $x \neq 3$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

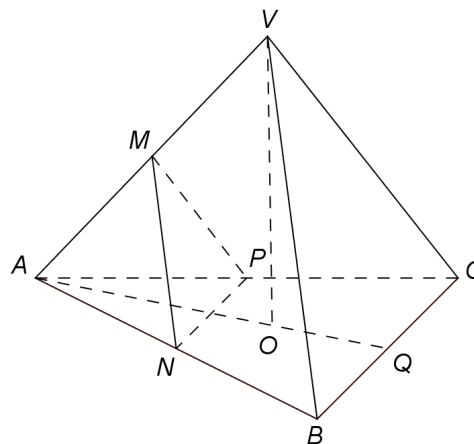
1. În *Figura 2* sunt reprezentate un triunghi echilateral  $ABC$  cu  $AB=10\text{cm}$  și un triunghi isoscel  $CDE$  cu  $CD=DE=10\text{cm}$ . Punctul  $C$  este situat pe segmentul  $BE$ , iar punctele  $A$  și  $D$  sunt situate de o parte și de alta a dreptei  $BE$  astfel încât  $m(\sphericalangle BCD)=150^\circ$ . Punctele  $M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $BC$ , respectiv  $CE$ .



*Figura 2*

- 5p a) Arătați că unghiul  $DCE$  are măsura de  $30^\circ$ .  
 5p b) Demonstrați că triunghiurile  $ACM$  și  $CDN$  sunt congruente.  
 5p c) Arătați că patrulaterul  $AMDN$  are aria mai mică decât  $95\text{cm}^2$ .

2. În *Figura 3* este reprezentată o piramidă triunghiulară regulată  $VABC$  cu  $AB=12\text{cm}$  și  $VO=8\text{cm}$ , unde punctul  $O$  este centrul cercului circumscris bazei  $ABC$ . Punctele  $M$ ,  $N$ ,  $P$  și  $Q$  sunt mijloacele segmentelor  $VA$ ,  $AB$ ,  $AC$  și, respectiv,  $BC$ .



*Figura 3*

- 5p a) Arătați că perimetrul bazei  $ABC$  este egal cu  $36\text{cm}$ .  
 5p b) Demonstrați că dreapta  $VQ$  este paralelă cu planul  $(MNP)$ .  
 5p c) Determinați numărul real  $p$ , știind că volumul piramidei  $MANP$  reprezintă  $p\%$  din volumul piramidei  $VABC$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2017 - 2018**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 6**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	20	5p
2.	20	5p
3.	5	5p
4.	10	5p
5.	200	5p
6.	3	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează cubul Notează cubul	4p 1p
2.	$N = 2^n (2^3 - 2^2 + 7 \cdot 2 - 1) =$ $= 2^n (8 - 4 + 14 - 1) = 2^n \cdot 17$ , care este divizibil cu 17, pentru orice număr natural $n$	3p 2p
3.	$20n = x - 20$ și $25n = x + 5$ , unde $x$ este prețul materialelor și $n$ este numărul elevilor $x = 120$ de lei	2p 3p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$	2p
	Trasarea graficului funcției $f$	1p
	b) $OA = 2$ , unde $A$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Ox$	1p
	$OB = 4$ , unde $B$ este punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$ și $AB = 2\sqrt{5}$	2p
	$D \in Oy$ și $\sin(\sphericalangle ABO) = \frac{OA}{AB}$ , deci $\frac{d(D, AB)}{BD} = \frac{2}{2\sqrt{5}} \Rightarrow d(D, AB) = \frac{2 \cdot 5}{2\sqrt{5}} = \sqrt{5}$	2p
5.	$E(x) = \frac{(x+1)(x+3) - (2x^2 + 3x - 3) + (2x-1)(x-3)}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x+3)^2}{2(x-3)(x+3)} =$	3p
	$= \frac{x^2 + 4x + 3 - 2x^2 - 3x + 3 + 2x^2 - 7x + 3}{2(x-3)^2} = \frac{x^2 - 6x + 9}{2(x-3)^2} = \frac{1}{2}$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -3$ și $x \neq 3$	2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $C \in (BE) \Rightarrow m(\sphericalangle BCE) = 180^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle BCD) + m(\sphericalangle DCE) = 180^\circ$	3p
	$m(\sphericalangle DCE) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$	2p
	b) $m(\sphericalangle AMC) = 90^\circ$ , $m(\sphericalangle CND) = 90^\circ$	2p
	$AC = CD$ , $m(\sphericalangle CAM) = m(\sphericalangle DCN) = 30^\circ$ , deci triunghiurile dreptunghice $ACM$ și $CDN$ sunt congruente	3p

	<p>c) <math>AM = 5\sqrt{3}</math> cm , <math>DN = 5</math> cm și <math>MN = 5(1 + \sqrt{3})</math> cm</p> <p><math>A_{AMDN} = \frac{(AM + DN) \cdot MN}{2} = 25(2 + \sqrt{3})</math> cm<sup>2</sup> și, cum <math>\sqrt{3} &lt; 1,8</math> , obținem <math>A_{AMDN} &lt; 95</math> cm<sup>2</sup></p>	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>2.</b>	<p>a) <math>P_{ABC} = 3AB =</math> <math>= 3 \cdot 12 = 36</math> cm</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p>b) <math>NM</math> este linie mijlocie în <math>\Delta ABV</math> și <math>PM</math> este linie mijlocie în <math>\Delta ACV</math> <math>BV \parallel NM</math> , <math>CV \parallel PM</math> , <math>BV \cap CV = \{V\}</math> și <math>NM \cap PM = \{M\}</math> , deci <math>(VBC) \parallel (MNP)</math> și, cum <math>VQ \subset (VBC)</math> , obținem <math>VQ \parallel (MNP)</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p>c) <math>MA = MN = MP</math> și <math>\Delta ANP</math> este echilateral, deci <math>MANP</math> este piramidă triunghiulară regulată și <math>V_{MANP} = 12\sqrt{3}</math> cm<sup>3</sup> și, cum <math>V_{VABC} = 96\sqrt{3}</math> cm<sup>3</sup> , obținem <math>V_{VABC} = 8V_{MANP}</math></p>	<p><b>3p</b></p>
	<p><math>V_{MANP} = \frac{p}{100} \cdot V_{VABC}</math> , deci <math>p = 12,5</math></p>	<p><b>2p</b></p>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2017 - 2018**  
**Matematică**

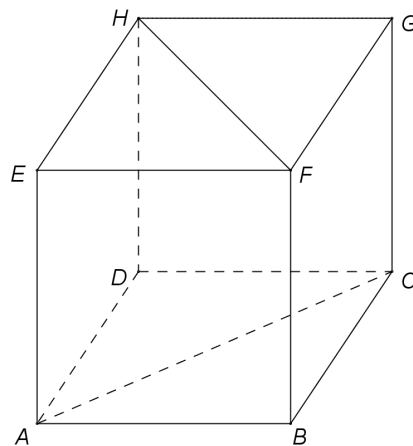
**Varianta 4**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

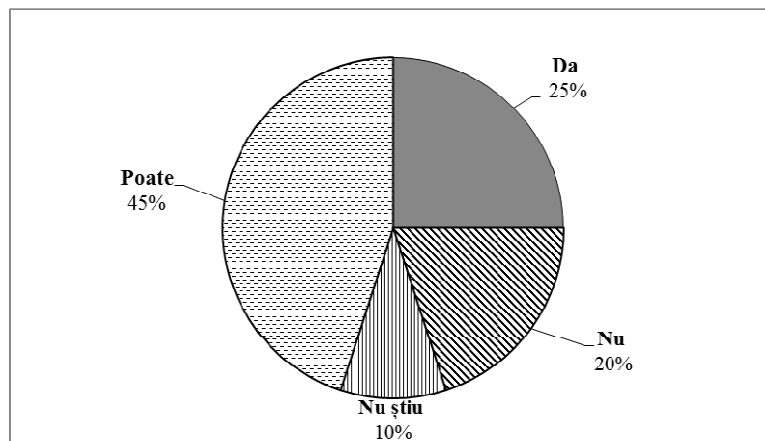
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $12 - 12 : 2$  este egal cu ....
- 5p** 2. Patru manuale de același fel costă 40 de lei. Două dintre acestea costă ... lei.
- 5p** 3. Scrisă sub formă de interval, mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 4\}$  este egală cu ....
- 5p** 4. Un cerc are lungimea de  $6\pi$  cm. Raza acestui cerc este egală cu ... cm.
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub  $ABCDEFGH$  cu  $AB = 4$  cm. Distanța dintre planul  $(ABC)$  și planul  $(EFH)$  este egală cu ... cm.



*Figura 1*

- 5p** 6. În diagrama de mai jos sunt prezentate, în procente, rezultatele obținute la aplicarea unui chestionar. La chestionar au răspuns 2000 de persoane.



Conform diagramei, numărul de persoane care au ales la chestionar răspunsul „Da” este egal cu ....

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghi echilateral.
- 5p** 2. Produsul a două numere naturale este egal cu 108. Determinați suma celor două numere, știind că 6 este cel mai mare divizor comun al lor.
- 5p** 3. Un turist a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi turistul a parcurs două cincimi din lungimea traseului, a doua zi jumătate din rest și încă 2 km, iar a treia zi turistul a parcurs 7 km. Determinați lungimea traseului parcurs în cele trei zile.

4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x + 2$ .

5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .

5p b) În sistemul de coordonate  $xOy$ , punctul  $C(a, b)$  este situat pe graficul funcției  $f$ . Determinați numerele întregi  $a$  și  $b$ , știind că distanța de la punctul  $C$  la axa  $Ox$  este egală cu 7.

5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{7x+7}{x^2+3x+2} - \frac{5}{x-2} + \frac{6}{x^2-4} \right) : \frac{x-9}{x^2-4}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -2$ ,  $x \neq -1$ ,  $x \neq 2$  și  $x \neq 9$ . Arătați că  $E(x) = 2$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -2$ ,  $x \neq -1$ ,  $x \neq 2$  și  $x \neq 9$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. Figura 2 este schița unui teren format din pătratul  $ABCD$  cu  $AB = 30\text{m}$  și din triunghiul echilateral  $ADE$ .

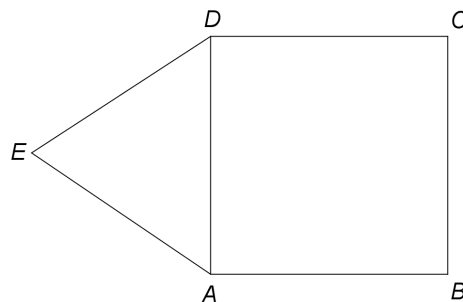


Figura 2

5p a) Arătați că perimetrul pătratului  $ABCD$  este egal cu  $120\text{m}$ .

5p b) Demonstrați că triunghiul  $EBC$  este isoscel.

5p c) Se consideră punctul  $M$  mijlocul laturii  $AD$ , punctul  $N$  mijlocul laturii  $BC$  și  $O$  punctul de intersecție a diagonalelor pătratului  $ABCD$ . Demonstrați că punctele  $E$ ,  $M$ ,  $N$  și  $O$  sunt coliniare.

2. În Figura 3 este reprezentată o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  cu  $AB = 12\text{cm}$  și  $VO = 6\sqrt{3}\text{cm}$ , unde  $\{O\} = AC \cap BD$ . Punctul  $M$  este situat pe înălțimea  $VO$  astfel încât  $OM = \frac{1}{3}VO$ .

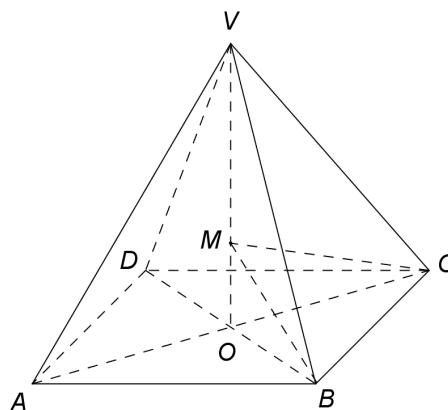


Figura 3

5p a) Arătați că volumul piramidei  $VABCD$  este egal cu  $288\sqrt{3}\text{cm}^3$ .

5p b) Determinați aria triunghiului  $MBC$ .

5p c) Calculați măsura unghiului determinat de planele  $(MBC)$  și  $(VBC)$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2017 - 2018**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 4**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	6	5p
2.	20	5p
3.	$[-3, 4]$	5p
4.	3	5p
5.	4	5p
6.	500	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma dreaptă Notează prisma dreaptă	4p 1p
2.	$m = 6x$ , $n = 6y$ și $(x, y) = 1$ , unde $m$ și $n$ sunt cele două numere naturale Cum $mn = 108 \Rightarrow xy = 3$ , obținem $m = 18$ , $n = 6$ sau $m = 6$ , $n = 18$ , deci $m + n = 24$	2p 3p
3.	$\frac{2}{5} \cdot x + \frac{1}{2} \left( x - \frac{2}{5} \cdot x \right) + 2 + 7 = x$ , unde $x$ este lungimea traseului parcurs în cele trei zile $x = 30$ km	3p 2p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	b) $C(a, b)$ este situat pe graficul funcției $f \Rightarrow f(a) = b$ Distanța de la punctul $C$ la axa $Ox$ este egală cu 7, deci $b = -7$ sau $b = 7$	1p 2p
	$b = -7 \Rightarrow a = -3$ , care convine și $b = 7 \Rightarrow a = \frac{5}{3}$ , care nu convine	2p
5.	$E(x) = \left( \frac{7(x+1)}{(x+1)(x+2)} - \frac{5}{x-2} + \frac{6}{(x-2)(x+2)} \right) \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{x-9} =$	3p
	$= \frac{7(x-2) - 5(x+2) + 6}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{x-9} = \frac{2x-18}{x-9} = 2$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -2$ , $x \neq -1$ , $x \neq 2$ și $x \neq 9$	2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $P_{ABCD} = 4AB =$ $= 4 \cdot 30 = 120$ m	2p 3p
	b) $m(\sphericalangle BAE) = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ și $m(\sphericalangle CDE) = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ , deci $\sphericalangle BAE \equiv \sphericalangle CDE$	2p
	Cum $BA = CD$ și $AE = DE$ , obținem $\triangle ABE \equiv \triangle DCE \Rightarrow BE = CE$ , deci $\triangle EBC$ este isoscel	3p

	c) Punctul $M$ este mijlocul laturii $AD$ , deci $EM \perp AD$ și punctul $N$ mijlocul laturii $BC$ , deci $EN \perp BC$ și, cum $AD \parallel BC \Rightarrow E, M$ și $N$ sunt coliniare $BO = CO \Rightarrow ON \perp BC$ , deci punctele $E, M, O$ și $N$ sunt coliniare	3p 2p
2.	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB^2 = 144 \text{ cm}^2$	2p
	$V_{VABCD} = \frac{1}{3} \cdot VO \cdot \mathcal{A}_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 144 = 288\sqrt{3} \text{ cm}^3$	3p
	b) $MO \perp (ABC)$ , $ON \perp BC$ , $BC \subset (ABC) \Rightarrow MN \perp BC$ , unde $N$ este mijlocul laturii $BC$ , și, cum $OM = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ , obținem $MN = \sqrt{MO^2 + ON^2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$	3p
	$\mathcal{A}_{\Delta MBC} = \frac{BC \cdot MN}{2} = \frac{12 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$	2p
	c) Cum $(MBC) \cap (VBC) = BC$ , $MN \perp BC$ , $MN \subset (MBC)$ și $VN \perp BC$ , $VN \subset (VBC)$ , obținem $m(\sphericalangle((MBC), (VBC))) = m(\sphericalangle(MN, VN)) = m(\sphericalangle MNV)$ $\Delta VON$ dreptunghic, $m(\sphericalangle OVN) = 30^\circ$ , $VM = MN = 4\sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow m(\sphericalangle MNV) = m(\sphericalangle OVN) = 30^\circ$	2p 3p



**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2017 - 2018**  
**Matematică**

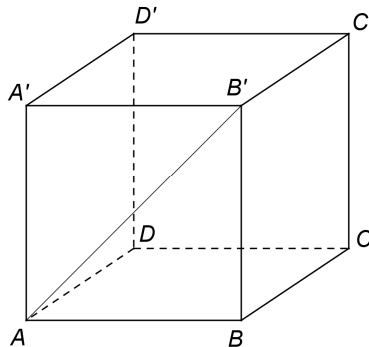
Simulare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

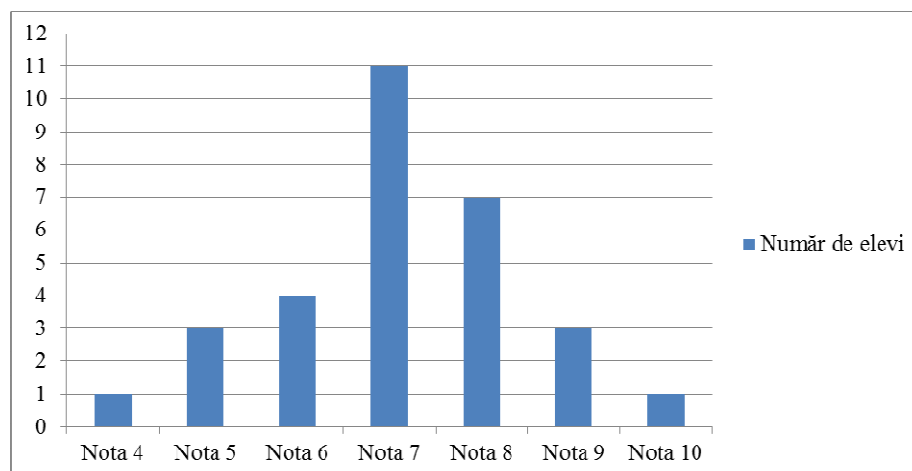
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $18 - 6 : (1 + 2)$  este egal cu ... .
- 5p** 2. Numerele reale  $a$  și  $b$  sunt nenule și  $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$ . Numărul  $4a - b$  este egal cu ... .
- 5p** 3. Scrisă sub formă de interval, mulțimea  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x - 1 \geq 3\}$  este egală cu ... .
- 5p** 4. Perimetrul unui romb este egal cu 24 cm. Dacă unul dintre unghiurile rombului are măsura de  $30^\circ$ , atunci aria acestui romb este egală cu ... cm<sup>2</sup>.
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub  $ABCD A' B' C' D'$ . Măsura unghiului determinat de dreptele  $AB'$  și  $CC'$  este egală cu ... °.



*Figura 1*

- 5p** 6. În diagrama de mai jos este prezentată situația statistică a notelor obținute de elevii unei clase a VIII-a la teza de matematică pe semestrul I.



Conform diagramei, media notelor obținute de elevii clasei a VIII-a la teza de matematică pe semestrul I este egală cu ... .

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

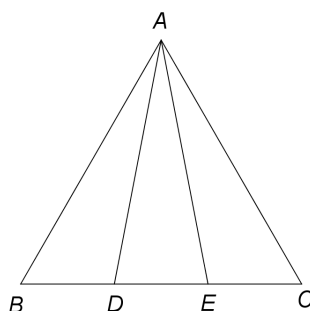
- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă  $ABCDEF$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ .
- 5p** 2. Determinați numerele naturale  $x$  și  $y$ , știind că numărul  $x$  este prim și  $x + 4y = 30$ .

- 5p** 3. Un biciclist a parcurs un traseu în trei zile. În prima zi biciclistul a parcurs 30% din întregul traseu, a doua zi biciclistul a parcurs două cincimi din restul traseului, iar a treia zi a parcurs ultimii 42 km ai traseului. Calculați lungimea traseului parcurs în cele trei zile.
4. Se consideră numerele reale  $a = \sqrt{6} \cdot \left( \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{3}} \right) - |5\sqrt{2} - 7|$  și  $b = \frac{3}{2 - \sqrt{3}} + (\sqrt{2})^2$ .
- 5p** a) Arătați că  $a = 3\sqrt{3} + 7$ .
- 5p** b) Calculați  $(a - b)^{2018}$ .
- 5p** 5. Demonstrați că, pentru orice număr întreg  $x$ , numărul  $N = (4x + 3)^2 - 2(5x - 3)(x + 1) - 2x(3x + 10)$  este divizibil cu 5.

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

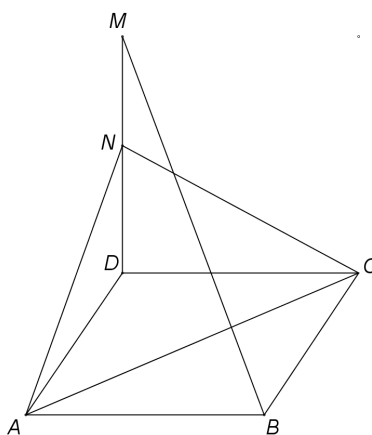
**(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* este reprezentat un triunghi echilateral  $ABC$  și punctele  $D$  și  $E$  sunt situate pe latura  $BC$  astfel încât  $BD = DE = EC = 6$  cm.



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu 54 cm.
- 5p** b) Calculați distanța de la punctul  $D$  la latura  $AB$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $\sin(\sphericalangle DAE) < 0,4$ .
2. În *Figura 3* este reprezentat un dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB = 8$  cm și  $BC = 6$  cm. Pe planul dreptunghiului  $ABCD$  se construiește perpendiculara  $DM$  pe care se consideră punctul  $N$ , mijlocul segmentului  $DM$ .



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că aria dreptunghiului  $ABCD$  este egală cu  $48 \text{ cm}^2$ .
- 5p** b) Demonstrați că dreapta  $BM$  este paralelă cu planul  $(ACN)$ .
- 5p** c) Știind că unghiul dintre planele  $(ACD)$  și  $(ACN)$  are măsura de  $60^\circ$ , arătați că  $DM = \frac{48\sqrt{3}}{5}$  cm.

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ELEVII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2017 - 2018**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Simulare**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	16	5p
2.	0	5p
3.	$[2, +\infty)$	5p
4.	18	5p
5.	45	5p
6.	7,1	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma dreaptă cu baza triunghi echilateral Notează prisma dreaptă	4p 1p
2.	$x$ este par și, cum $x$ este număr prim, obținem $x = 2$ $4y = 30 - 2 \Rightarrow y = 7$	3p 2p
3.	$\frac{30x}{100} + \frac{2}{5} \left( x - \frac{30x}{100} \right) + 42 = x$ , unde $x$ este lungimea traseului parcurs în cele trei zile $x = 100$ km	3p 2p
4.	a) $5\sqrt{2} > 7 \Rightarrow a = 3\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - (5\sqrt{2} - 7) =$ $= 3\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 7 = 3\sqrt{3} + 7$	3p 2p
	b) $b = \frac{3(2 + \sqrt{3})}{2^2 - (\sqrt{3})^2} + 2 = 8 + 3\sqrt{3}$ $(a - b)^{2018} = (-1)^{2018} = 1$	3p 2p
5.	$N = 16x^2 + 24x + 9 - 10x^2 - 4x + 6 - 6x^2 - 20x =$ $= 15$ , care este divizibil cu 5	3p 2p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1.	a) $BC = BD + DE + EC = 18$ cm $P_{\Delta ABC} = 3BC = 54$ cm	3p 2p
	b) Distanța de la punctul $D$ la latura $AB$ este $DF$ , unde $DF \perp AB$ , $F \in AB$	2p
	$m(\sphericalangle ABC) = 60^\circ \Rightarrow \sin(\sphericalangle FBD) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DF}{BD}$ , deci $DF = 3\sqrt{3}$ cm	3p

	c) $AM = 9\sqrt{3}$ cm, unde $M$ este mijlocul segmentului $BC$ , deci $AD = 6\sqrt{7}$ cm	<b>2p</b>
	Cum $\mathcal{A}_{\triangle ADE} = \frac{AM \cdot DE}{2} = \frac{d(E, AD) \cdot AD}{2}$ , obținem $d(E, AD) = \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ cm	<b>1p</b>
	$\sin(\sphericalangle DAE) = \frac{d(E, AD)}{AE} = \frac{3\sqrt{3}}{14}$ și, cum $\frac{3\sqrt{3}}{14} < \frac{2}{5}$ , obținem $\sin(\sphericalangle DAE) < 0,4$	<b>2p</b>
<b>2.</b>	a) $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot BC =$ $= 8 \cdot 6 = 48 \text{ cm}^2$	<b>2p</b> <b>3p</b>
	b) $\{O\} = AC \cap BD \Rightarrow ON$ este linie mijlocie în $\triangle DBM$ $BM \parallel ON$ și $ON \subset (ACN)$ , deci $BM \parallel (ACN)$	<b>2p</b> <b>3p</b>
	c) $DE \perp AC$ , $E \in AC$ și, cum $ND \perp (ACD)$ , $AC \subset (ACD)$ , obținem $NE \perp AC$ Cum $(ACD) \cap (ACN) = AC$ , $DE \perp AC$ , $DE \subset (ACD)$ și $NE \perp AC$ , $NE \subset (ACN)$ , obținem $m(\sphericalangle((ACD), (ACN))) = m(\sphericalangle(DE, NE)) = m(\sphericalangle DEN)$ , deci $m(\sphericalangle DEN) = 60^\circ$ $DE = \frac{24}{5}$ cm, $\frac{ND}{DE} = \text{tg } 60^\circ = \sqrt{3}$ , deci $DM = 2ND = \frac{48\sqrt{3}}{5}$ cm	<b>1p</b> <b>2p</b> <b>2p</b>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2018 - 2019**  
**Matematică**

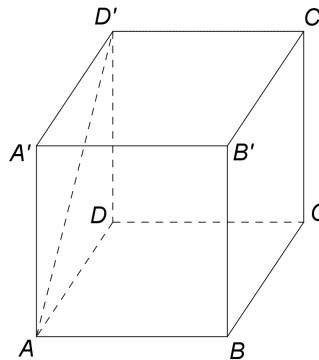
Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Rezultatul calculului  $18+18:6$  este egal cu ....
- 5p 2. Dacă  $\frac{x}{4} = \frac{5}{2}$ , atunci numărul  $x$  este egal cu ....
- 5p 3. Cel mai mare număr par din mulțimea  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  este egal cu ....
- 5p 4. Punctele  $D, E$  și  $F$  sunt mijloacele laturilor triunghiului  $ABC$ . Dacă  $AB = 6\text{ cm}$ ,  $BC = 8\text{ cm}$  și  $AC = 10\text{ cm}$ , atunci perimetrul triunghiului  $DEF$  este egal cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub  $ABCA'B'C'D'$ . Măsura unghiului determinat de dreptele  $AD'$  și  $BB'$  este egală cu ...°.



*Figura 1*

- 5p 6. În tabelul următor sunt prezentate informații referitoare la țările reprezentate într-un proiect internațional și la numărul de participanți din fiecare țară.

Țara	România	Italia	Franța	Olanda	Spania	Polonia
Număr de participanți	15	8	10	5	3	9

Conform tabelului, procentul reprezentat de numărul de participanți din Franța, din numărul total de participanți este ...%.

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

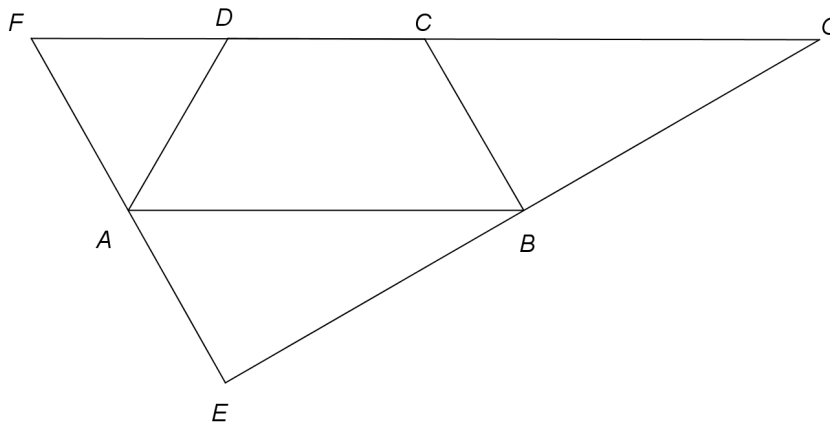
**(30 de puncte)**

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată de vârf  $V$  și bază  $ABCD$ .
- 5p 2. Arătați că media aritmetică a numerelor  $a = (2 + \sqrt{3})^2$  și  $b = 7 - \frac{12}{\sqrt{3}}$  este egală cu 7.
- 5p 3. Dacă elevii unei clase se așază câte trei în bancă, rămân patru bănci libere, iar dacă se așază câte doi în bancă, un elev rămâne singur în bancă și nu rămân bănci libere. Determinați numărul de bănci din această clasă.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + 6$ , unde  $a$  este număr real nenul.
- 5p a) Pentru  $a = -2$ , reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p b) În sistemul de coordonate  $xOy$  se consideră  $A$  și  $B$ , punctele de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axele  $Ox$ , respectiv  $Oy$ . Determinați numerele reale  $a$ , știind că  $\text{tg}(\sphericalangle OAB) = 2$ .
- 5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{x+1}{x-3} - \frac{x^2+3x+2}{x^2+4x+3} - \frac{1}{9-x^2} \right) : \frac{x+2}{x^2-9}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -3$ ,  $x \neq -2$ ,  $x \neq -1$  și  $x \neq 3$ . Determinați numărul real  $m$ , știind că  $E(m) = 2m + 1$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

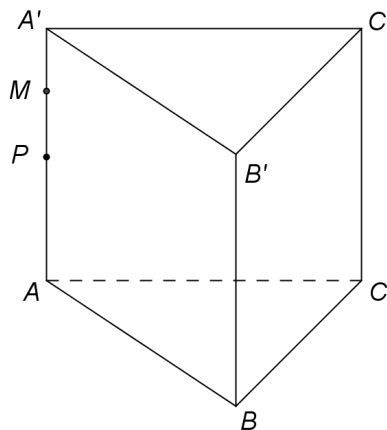
1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ ,  $BC = CD = AD = 6\text{ cm}$  și  $AB = 12\text{ cm}$ . Punctul  $E$  este simetricul punctului  $D$  față de dreapta  $AB$ , iar  $F$  și  $G$  sunt punctele de intersecție a dreptei  $CD$  cu dreptele  $EA$ , respectiv  $EB$ .



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că perimetrul trapezului  $ABCD$  este egal cu  $30\text{ cm}$ .  
**5p** b) Demonstrați că triunghiul  $ADF$  este echilateral.  
**5p** c) Demonstrați că dreptele  $EF$  și  $EG$  sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ ,  $AB = 10\text{ cm}$  și  $AA' = 12\text{ cm}$ . Punctul  $M$  este situat pe muchia  $AA'$  astfel încât  $AM = 9\text{ cm}$  și punctul  $P$  este mijlocul muchiei  $AA'$ .



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că aria laterală a prisme  $ABCA'B'C'$  este egală cu  $360\text{ cm}^2$ .  
**5p** b) Arătați că distanța de la punctul  $M$  la dreapta  $BC$  este egală cu  $2\sqrt{39}\text{ cm}$ .  
**5p** c) Demonstrați că dreapta  $PO$  este paralelă cu planul  $(MBC)$ , unde punctul  $O$  este centrul cercului circumscris triunghiului  $ABC$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2018 - 2019**

**Matematică**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Model

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	21	5p
2.	10	5p
3.	6	5p
4.	12	5p
5.	45	5p
6.	20	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	Desenează piramida patrulateră regulată Notează piramida patrulateră regulată	4p 1p
2.	$a = 7 + 4\sqrt{3}$ $b = 7 - 4\sqrt{3} \Rightarrow m_a = \frac{7 + 4\sqrt{3} + 7 - 4\sqrt{3}}{2} = 7$	2p 3p
3.	$3(b - 4) = 2(b - 1) + 1$ , unde $b$ este numărul de bănci $b = 11$	3p 2p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	b) $OA = \left  -\frac{6}{a} \right $ , $OB = 6$ $\triangle AOB$ este dreptunghic în $O$ , deci $\frac{OB}{OA} = \operatorname{tg}(\sphericalangle OAB) = 2$ , de unde obținem $a = -2$ sau $a = 2$	2p 3p
5.	$E(x) = \left( \frac{x+1}{x-3} - \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(x-3)(x+3)} \right) \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{x+2} =$ $= \frac{(x+1)(x+3) - (x+2)(x-3) + 1}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{x+2} = \frac{5x+10}{x+2} = 5$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -3$ , $x \neq -2$ , $x \neq -1$ și $x \neq 3$ $2m+1=5 \Rightarrow m=2$ , care convine	2p 2p 1p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD =$ $= 12 + 6 + 6 + 6 = 30\text{cm}$	3p 2p
----	---	----------

	<p><b>b)</b> <math>\{M\} = AB \cap DE \Rightarrow \triangle AMD</math> este dreptunghic în <math>M</math> cu <math>AD = 6\text{cm}</math> și, cum <math>ABCD</math> este trapez isoscel, deci <math>AM = \frac{AB - CD}{2} = 3\text{cm}</math>, obținem <math>m(\sphericalangle DAM) = 60^\circ</math></p> <p><math>E</math> este simetricul lui <math>D</math> față de dreapta <math>AB \Rightarrow \sphericalangle DAM \equiv \sphericalangle EAM</math>, deci <math>m(\sphericalangle EAM) = 60^\circ</math> și, cum punctele <math>E</math>, <math>A</math> și <math>F</math> sunt coliniare, obținem <math>m(\sphericalangle DAF) = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ</math></p> <p><math>AB \parallel DC</math> și unghiurile <math>\sphericalangle ADF</math> și <math>\sphericalangle DAM</math> sunt alterne interne, deci <math>m(\sphericalangle ADF) = 60^\circ</math>, de unde obținem că triunghiul <math>ADF</math> este echilateral</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>\triangle BCD</math> este isoscel și <math>m(\sphericalangle BCD) = 120^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle CBD) = 30^\circ</math>, deci <math>m(\sphericalangle ABD) = 30^\circ</math> și, cum <math>E</math> este simetricul lui <math>D</math> față de dreapta <math>AB \Rightarrow m(\sphericalangle ABE) = 30^\circ</math></p> <p><math>m(\sphericalangle AEB) = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ</math>, deci <math>EF \perp EG</math></p>	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>\mathcal{A}_{\text{laterală}} = P_{\triangle ABC} \cdot AA' =</math> <math>= 3 \cdot 10 \cdot 12 = 360\text{cm}^2</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>MA \perp (ABC)</math>, <math>MN \perp BC</math>, unde <math>N \in BC</math> și <math>BC \subset (ABC)</math>, deci <math>AN \perp BC</math></p> <p><math>AN</math> este înălțime în triunghiul echilateral <math>ABC \Rightarrow AN = 5\sqrt{3}\text{cm}</math></p> <p><math>d(M, BC) = MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = 2\sqrt{39}\text{cm}</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>AP = 6\text{cm}</math> și <math>AM = 9\text{cm} \Rightarrow \frac{AP}{AM} = \frac{2}{3}</math> și, cum <math>\frac{AO}{AN} = \frac{2}{3}</math>, obținem <math>\frac{AP}{AM} = \frac{AO}{AN}</math></p> <p><math>PO \parallel MN</math> și, cum <math>MN \subset (MBC)</math>, obținem <math>PO \parallel (MBC)</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>



**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2018 - 2019**  
**Matematică**

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Rezultatul calculului  $18+18:6$  este egal cu ....
- 5p 2. Dacă  $\frac{x}{4} = \frac{5}{2}$ , atunci numărul  $x$  este egal cu ....
- 5p 3. Cel mai mare număr par din mulțimea  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  este egal cu ....
- 5p 4. Punctele  $D, E$  și  $F$  sunt mijloacele laturilor triunghiului  $ABC$ . Dacă  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$  și  $AC = 10\text{cm}$ , atunci perimetrul triunghiului  $DEF$  este egal cu ... cm.
- 5p 5. În Figura 1 este reprezentat un cub  $ABCD A' B' C' D'$ . Măsura unghiului determinat de dreptele  $AD'$  și  $BB'$  este egală cu ...°.

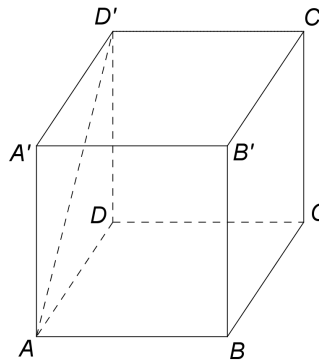


Figura 1

- 5p 6. În tabelul următor sunt prezentate informații referitoare la țările reprezentate într-un proiect internațional și la numărul de participanți din fiecare țară.

Țara	România	Italia	Franța	Olanda	Spania	Polonia
Număr de participanți	15	8	10	5	3	9

Conform tabelului, procentul reprezentat de numărul de participanți din Franța, din numărul total de participanți este ...%.

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

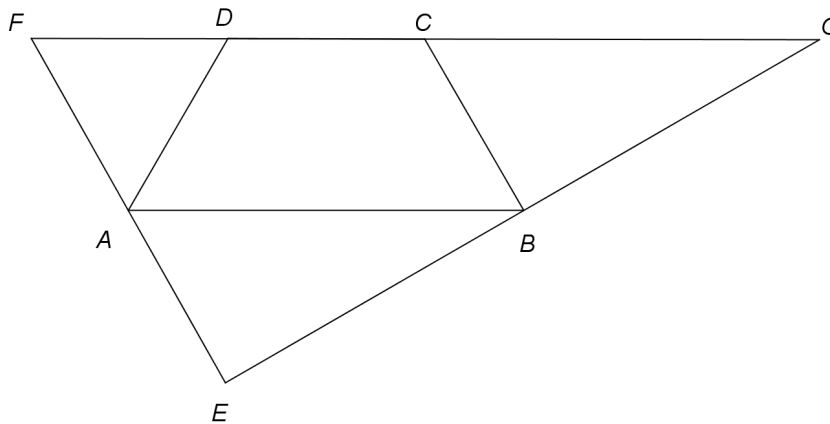
**(30 de puncte)**

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată de vârf  $V$  și bază  $ABCD$ .
- 5p 2. Arătați că media aritmetică a numerelor  $a = (2 + \sqrt{3})^2$  și  $b = 7 - \frac{12}{\sqrt{3}}$  este egală cu 7.
- 5p 3. Dacă elevii unei clase se așază câte trei în bancă, rămân patru bănci libere, iar dacă se așază câte doi în bancă, un elev rămâne singur în bancă și nu rămân bănci libere. Determinați numărul de bănci din această clasă.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + 6$ , unde  $a$  este număr real nenul.
- 5p a) Pentru  $a = -2$ , reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p b) În sistemul de coordonate  $xOy$  se consideră  $A$  și  $B$ , punctele de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axele  $Ox$ , respectiv  $Oy$ . Determinați numerele reale  $a$ , știind că  $\text{tg}(\sphericalangle OAB) = 2$ .
- 5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{x+1}{x-3} - \frac{x^2+3x+2}{x^2+4x+3} - \frac{1}{9-x^2} \right) : \frac{x+2}{x^2-9}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -3$ ,  $x \neq -2$ ,  $x \neq -1$  și  $x \neq 3$ . Determinați numărul real  $m$ , știind că  $E(m) = 2m + 1$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

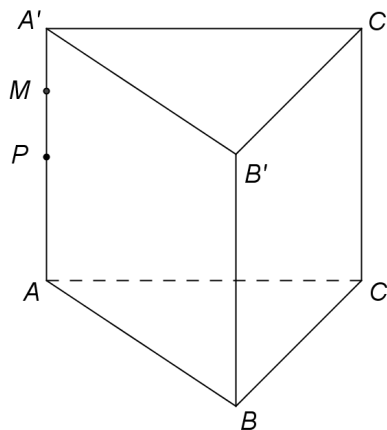
1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ ,  $BC = CD = AD = 6\text{ cm}$  și  $AB = 12\text{ cm}$ . Punctul  $E$  este simetricul punctului  $D$  față de dreapta  $AB$ , iar  $F$  și  $G$  sunt punctele de intersecție a dreptei  $CD$  cu dreptele  $EA$ , respectiv  $EB$ .



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că perimetrul trapezului  $ABCD$  este egal cu  $30\text{ cm}$ .  
**5p** b) Demonstrați că triunghiul  $ADF$  este echilateral.  
**5p** c) Demonstrați că dreptele  $EF$  și  $EG$  sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ ,  $AB = 10\text{ cm}$  și  $AA' = 12\text{ cm}$ . Punctul  $M$  este situat pe muchia  $AA'$  astfel încât  $AM = 9\text{ cm}$  și punctul  $P$  este mijlocul muchiei  $AA'$ .



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că aria laterală a prisme  $ABCA'B'C'$  este egală cu  $360\text{ cm}^2$ .  
**5p** b) Arătați că distanța de la punctul  $M$  la dreapta  $BC$  este egală cu  $2\sqrt{39}\text{ cm}$ .  
**5p** c) Demonstrați că dreapta  $PO$  este paralelă cu planul  $(MBC)$ , unde punctul  $O$  este centrul cercului circumscris triunghiului  $ABC$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2018 - 2019**

**Matematică**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Model

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	21	5p
2.	10	5p
3.	6	5p
4.	12	5p
5.	45	5p
6.	20	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	Desenează piramida patrulateră regulată Notează piramida patrulateră regulată	4p 1p
2.	$a = 7 + 4\sqrt{3}$ $b = 7 - 4\sqrt{3} \Rightarrow m_a = \frac{7 + 4\sqrt{3} + 7 - 4\sqrt{3}}{2} = 7$	2p 3p
3.	$3(b - 4) = 2(b - 1) + 1$ , unde $b$ este numărul de bănci $b = 11$	3p 2p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	b) $OA = \left  -\frac{6}{a} \right $ , $OB = 6$ $\triangle AOB$ este dreptunghic în $O$ , deci $\frac{OB}{OA} = \operatorname{tg}(\sphericalangle OAB) = 2$ , de unde obținem $a = -2$ sau $a = 2$	2p 3p
5.	$E(x) = \left( \frac{x+1}{x-3} - \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(x-3)(x+3)} \right) \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{x+2} =$ $= \frac{(x+1)(x+3) - (x+2)(x-3) + 1}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{x+2} = \frac{5x+10}{x+2} = 5$ , pentru orice $x$ număr real,	2p 2p
	$x \neq -3$ , $x \neq -2$ , $x \neq -1$ și $x \neq 3$ $2m + 1 = 5 \Rightarrow m = 2$ , care convine	1p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD =$ $= 12 + 6 + 6 + 6 = 30\text{cm}$	3p 2p
----	---	----------

	<p><b>b)</b> <math>\{M\} = AB \cap DE \Rightarrow \triangle AMD</math> este dreptunghic în <math>M</math> cu <math>AD = 6\text{cm}</math> și, cum <math>ABCD</math> este trapez isoscel, deci <math>AM = \frac{AB - CD}{2} = 3\text{cm}</math>, obținem <math>m(\sphericalangle DAM) = 60^\circ</math></p> <p><math>E</math> este simetricul lui <math>D</math> față de dreapta <math>AB \Rightarrow \sphericalangle DAM \equiv \sphericalangle EAM</math>, deci <math>m(\sphericalangle EAM) = 60^\circ</math> și, cum punctele <math>E</math>, <math>A</math> și <math>F</math> sunt coliniare, obținem <math>m(\sphericalangle DAF) = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ</math></p> <p><math>AB \parallel DC</math> și unghiurile <math>\sphericalangle ADF</math> și <math>\sphericalangle DAM</math> sunt alterne interne, deci <math>m(\sphericalangle ADF) = 60^\circ</math>, de unde obținem că triunghiul <math>ADF</math> este echilateral</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>\triangle BCD</math> este isoscel și <math>m(\sphericalangle BCD) = 120^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle CBD) = 30^\circ</math>, deci <math>m(\sphericalangle ABD) = 30^\circ</math> și, cum <math>E</math> este simetricul lui <math>D</math> față de dreapta <math>AB \Rightarrow m(\sphericalangle ABE) = 30^\circ</math></p> <p><math>m(\sphericalangle AEB) = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ</math>, deci <math>EF \perp EG</math></p>	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>\mathcal{A}_{\text{laterală}} = P_{\triangle ABC} \cdot AA' =</math> <math>= 3 \cdot 10 \cdot 12 = 360\text{cm}^2</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>MA \perp (ABC)</math>, <math>MN \perp BC</math>, unde <math>N \in BC</math> și <math>BC \subset (ABC)</math>, deci <math>AN \perp BC</math></p> <p><math>AN</math> este înălțime în triunghiul echilateral <math>ABC \Rightarrow AN = 5\sqrt{3}\text{cm}</math></p> <p><math>d(M, BC) = MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = 2\sqrt{39}\text{cm}</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>AP = 6\text{cm}</math> și <math>AM = 9\text{cm} \Rightarrow \frac{AP}{AM} = \frac{2}{3}</math> și, cum <math>\frac{AO}{AN} = \frac{2}{3}</math>, obținem <math>\frac{AP}{AM} = \frac{AO}{AN}</math></p> <p><math>PO \parallel MN</math> și, cum <math>MN \subset (MBC)</math>, obținem <math>PO \parallel (MBC)</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a  
Anul școlar 2018 - 2019

Matematică

Varianta 2

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $16 - 16 : 4$  este egal cu ... .
- 5p 2. Numărul care reprezintă  $\frac{1}{2}$  din 500 este egal cu ... .
- 5p 3. Numărul de elemente ale mulțimii  $M = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x \leq 4\}$  este egal cu ... .
- 5p 4. Un dreptunghi are lungimea de 6 cm și lățimea de 5 cm. Perimetrul acestui dreptunghi este egal cu ... cm .
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentată o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  cu aria triunghiului  $VAB$  de  $15 \text{ cm}^2$ . Aria laterală a acestei piramide este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .

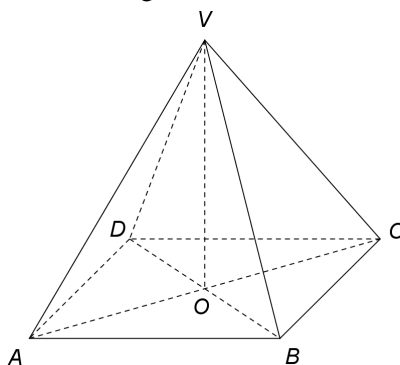


Figura 1

- 5p 6. În tabelul de mai jos sunt înregistrate temperaturile măsurate, la o stație meteo, în șase zile consecutive.

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sâmbătă
Temperatura	3°C	7°C	4°C	-3°C	-1°C	-2°C

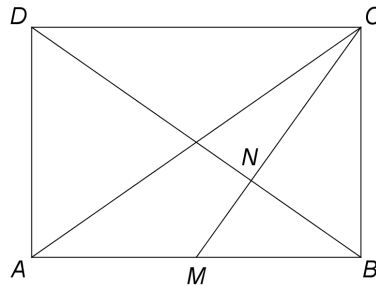
Conform informațiilor din tabel, temperatura măsurată luni este mai mare decât temperatura măsurată sâmbătă cu ....°C .

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$  .
- 5p 2. Determinați numerele întregi  $x$  pentru care numărul  $\frac{15}{4x-1}$  este natural.
- 5p 3. Media aritmetică a trei numere raționale este egală cu 30. Știind că media aritmetică a două dintre aceste numere este egală cu 40 , determinați al treilea număr.
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 3$ .
- 5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$  .
- 5p b) Se consideră funcția  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x + 1$ . Determinați aria triunghiului format de graficele funcțiilor  $f$ ,  $g$  și axa  $Oy$  a sistemului de coordonate  $xOy$  .
- 5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{1}{x+2} + \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 4} - \frac{x}{x-2} \right) : \frac{x+2}{x^2 - 4}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -2$  și  $x \neq 2$ . Arătați că  $E(x) = -2$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -2$  și  $x \neq 2$  .

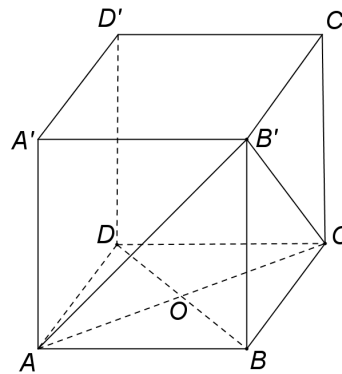
1. *Figura 2* este schița unui teren în formă de dreptunghi  $ABCD$  cu  $AB = 10\sqrt{2}$  m și  $AD = 10$  m. Punctul  $M$  este mijlocul laturii  $AB$  și punctul  $N$  este punctul de intersecție a dreptelor  $CM$  și  $BD$ .



*Figura 2*

- 5p a) Arătați că aria dreptunghiului  $ABCD$  este egală cu  $100\sqrt{2}$  m<sup>2</sup>.  
5p b) Demonstrați că măsura unghiului  $BNC$  este egală cu  $90^\circ$ .  
5p c) Demonstrați că punctul  $A$  este situat pe mediatoarea segmentului  $ND$ .

2. În *Figura 3* este reprezentat un cub  $ABCD A' B' C' D'$  cu  $AB = 12$  cm și  $\{O\} = AC \cap BD$ .



*Figura 3*

- 5p a) Arătați că  $AO = 6\sqrt{2}$  cm.  
5p b) Demonstrați că sinusul unghiului dintre planele  $(ABC)$  și  $(AB'C)$  este egal cu  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .  
5p c) Determinați distanța de la punctul  $D'$  la planul  $(AB'C)$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2018 - 2019**

**Matematică**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 2**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1.	12	5p
2.	250	5p
3.	4	5p
4.	22	5p
5.	60	5p
6.	5	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1.	Desenează prisma dreaptă cu baza triunghi echilateral Notează prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral $ABC$	4p 1p
2.	Cum $x$ este număr întreg și $\frac{15}{4x-1} \in \mathbb{N}$ , obținem $4x-1 \in \{1, 3, 5, 15\}$ Obținem $x=1$ sau $x=4$	3p 2p
3.	Suma celor trei numere raționale este egală cu $30 \cdot 3 = 90$ Cele două numere raționale care au media aritmetică egală cu 40, au suma egală cu $40 \cdot 2 = 80$ , deci al treilea număr este 10	3p 2p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	b) Punctul de intersecție a graficelor funcțiilor $f$ și $g$ este $M(4,5)$ , punctul de intersecție a graficului funcției $f$ cu axa $Oy$ este $N(0,-3)$ și punctul de intersecție a graficului funcției $g$ cu axa $Oy$ este $P(0,1)$ $NP = 4$ și $d(M, NP) = 4$ , deci $\mathcal{A}_{\Delta MNP} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$	3p 2p
5.	$E(x) = \left( \frac{1}{x+2} + \frac{(x+1)(x+2)}{(x+2)^2} - \frac{x}{x-2} \right) \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{x+2}$ $= \left( 1 - \frac{x}{x-2} \right) \cdot \frac{x-2}{1} = \frac{-2}{x-2} \cdot \frac{x-2}{1} = -2$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -2$ și $x \neq 2$	2p 3p

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	<b>a)</b> $\mathcal{A}_{ABCD} = AB \cdot AD =$ $= 10\sqrt{2} \cdot 10 = 100\sqrt{2} \text{ m}^2$	<b>2p</b>
	<b>b)</b> $\frac{MB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{BC}{CD}$ și $m(\sphericalangle MBC) = m(\sphericalangle BCD) = 90^\circ \Rightarrow \triangle MBC \sim \triangle BCD \Rightarrow \sphericalangle BCM \equiv \sphericalangle CDB$	<b>3p</b>
	$m(\sphericalangle CBD) + m(\sphericalangle CDB) = 90^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle CBN) + m(\sphericalangle BCN) = 90^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle BNC) = 90^\circ$	<b>2p</b>
<b>c)</b> Punctul $N$ este centrul de greutate al $\triangle ABC$ , deci, dacă $\{P\} = AN \cap BC$ , obținem că $P$ este mijlocul segmentului $BC$ și $AN = \frac{2}{3} AP$  $AP = 15 \text{ m} \Rightarrow AN = 10 \text{ m}$ , deci $AN = AD$ , de unde obținem că punctul $A$ este situat pe mediatoarea segmentului $ND$	<b>2p</b>	
		<b>3p</b>
<b>2.</b>	<b>a)</b> $AC = 12\sqrt{2} \text{ cm}$  $O$ este mijlocul segmentului $AC$ , deci $AO = \frac{AC}{2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$	<b>2p</b>
	<b>b)</b> Cum $(ABC) \cap (AB'C) = AC$ , $BO \perp AC$ , $BO \subset (ABC)$ și $B'O \perp AC$ , $B'O \subset (AB'C)$ , obținem $m(\sphericalangle((ABC), (AB'C))) = m(\sphericalangle(BO, B'O))$	<b>3p</b>
	$\triangle B'BO$ dreptunghic în $B$ , $B'O = 6\sqrt{6} \text{ cm} \Rightarrow \sin(\sphericalangle(BO, B'O)) = \sin(\sphericalangle BOB') = \frac{BB'}{B'O} = \frac{\sqrt{6}}{3}$	<b>2p</b>
	<b>c)</b> $D'A = D'B' = D'C = 12\sqrt{2} \text{ cm}$ și $\triangle AB'C$ este echilateral, deci $D'AB'C$ este piramidă triunghiulară regulată și $d(D', (AB'C)) = D'M$ , unde $M$ este centrul cercului circumscris $\triangle AB'C$  $\triangle D'MB'$ dreptunghic în $M$ , $B'M = 4\sqrt{6} \text{ cm}$ , deci $D'M = 8\sqrt{3} \text{ cm}$	<b>3p</b>
	<b>2p</b>	



EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2018 - 2019

Matematică

Varianta 1

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.

(30 de puncte)

- 5p 1. Rezultatul calculului  $25 - 20 : 5$  este egal cu ... .
- 5p 2. Numărul care reprezintă 10% din 1500 este egal cu ... .
- 5p 3. Cel mai mic număr impar din mulțimea  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  este egal cu ... .
- 5p 4. Un pătrat are latura de 10cm. Perimetrul acestui pătrat este egal cu ... cm.
- 5p 5. În *Figura 1* este reprezentat un tetraedru regulat  $ABCD$ . Dacă aria triunghiului  $ABC$  este egală cu  $4\text{cm}^2$ , atunci aria totală a tetraedrului  $ABCD$  este egală cu ...  $\text{cm}^2$ .

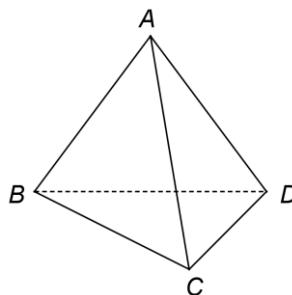
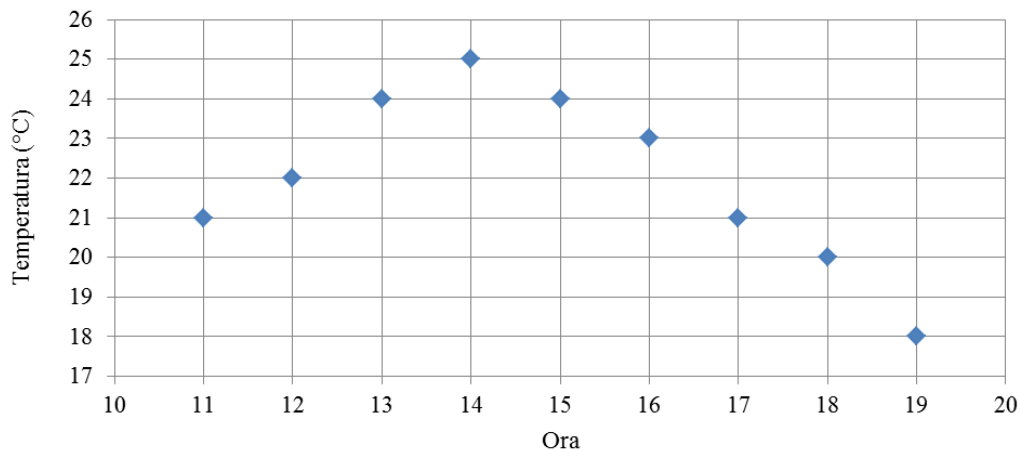


Figura 1

- 5p 6. În diagrama de mai jos sunt înregistrate valorile temperaturilor indicate de un termometru, într-o zi, de la ora 11, până la ora 19. Măsurătorile au fost efectuate din oră în oră.



Conform informațiilor din diagramă, temperatura măsurată la ora 18 a fost mai mică decât temperatura măsurată la ora 14 cu ...°C.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

- 5p 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată de vârf  $V$  și bază  $ABCD$ .
- 5p 2. Arătați că media geometrică a numerelor  $a = 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$  și  $b = \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right)$  este egală cu 2.
- 5p 3. Determinați cel mai mare număr natural nenul  $n$ , știind că, dacă împărțim numerele 73, 123 și 223 la  $n$ , obținem resturile 1, 3 și, respectiv, 7.

4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 6$ .

5p a) Reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .

5p b) Graficul funcției  $f$  intersectează axa  $Ox$  a sistemului de coordonate  $xOy$  în punctul  $P$ . Determinați numărul real  $m$ , știind că simetricul punctului  $P$  față de punctul  $O$  este situat pe graficul funcției  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = mx + 9$ .

5p 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{x^2 - x}{x^2 - 4x + 3} - \frac{3}{x - 3} - \frac{x}{x + 1} \right) : \frac{x - 1}{x^2 - 1}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -1$ ,  $x \neq 1$  și  $x \neq 3$ . Arătați că  $E(x) = 1$ , pentru orice  $x$  număr real,  $x \neq -1$ ,  $x \neq 1$  și  $x \neq 3$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. Figura 2 reprezintă schița unui teren în formă de trapez isoscel  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ ,  $CD = 12\sqrt{2}$  m,  $AD = BC = 24$  m și  $m(\sphericalangle BAD) = 45^\circ$ . Punctul  $M$  este piciorul perpendicularei din  $D$  pe dreapta  $AB$ ,  $O$  este punctul de intersecție a diagonalelor trapezului  $ABCD$  și  $E$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AD$  și  $BC$ .

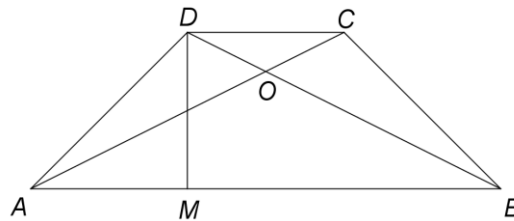


Figura 2

5p a) Arătați că  $AM = 12\sqrt{2}$  m.

5p b) Determinați aria triunghiului  $AEB$ .

5p c) Punctul  $P$  este mijlocul laturii  $AB$ . Demonstrați că punctele  $P$ ,  $O$  și  $E$  sunt coliniare.

2. În Figura 3 este reprezentată o prismă dreaptă  $ABCD A' B' C' D'$  cu baza pătratul  $ABCD$ ,  $AB = 4$  cm și  $AA' = 2\sqrt{2}$  cm. Punctul  $O$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AC$  și  $BD$ .

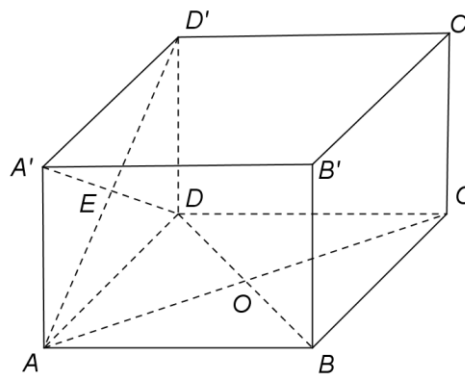


Figura 3

5p a) Arătați că volumul prisme  $ABCD A' B' C' D'$  este egal cu  $32\sqrt{2}$  cm<sup>3</sup>.

5p b) Calculați lungimea segmentului  $D'O$ .

5p c) Demonstrați că sinusul unghiului dintre dreptele  $BC'$  și  $EO$  este egal cu  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ , unde  $E$  este punctul de intersecție a dreptelor  $A'D$  și  $AD'$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**

**Anul școlar 2018 - 2019**

**Matematică**

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

**Varianta 1**

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	21	<b>5p</b>
<b>2.</b>	150	<b>5p</b>
<b>3.</b>	1	<b>5p</b>
<b>4.</b>	40	<b>5p</b>
<b>5.</b>	16	<b>5p</b>
<b>6.</b>	5	<b>5p</b>

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	Desenează piramida patrulateră regulată Notează piramida patrulateră regulată de vârf $V$ și bază $ABCD$	<b>4p</b> <b>1p</b>
<b>2.</b>	$a = 3 \cdot \frac{3-2+1}{6} = 1$ $b = \frac{5}{3} : \frac{6+3-4}{12} = 4 \Rightarrow m_g = \sqrt{1 \cdot 4} = 2$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>3.</b>	$73 = n \cdot c_1 + 1 \Rightarrow n   72$ , $123 = n \cdot c_2 + 3 \Rightarrow n   120$ , $223 = n \cdot c_3 + 7 \Rightarrow n   216$ $n$ este $c.m.m.d.c.\{72, 120, 216\}$ , deci $n = 24$ , care convine	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>4.</b>	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	<b>2p</b> <b>2p</b> <b>1p</b>
	b) $S(-3, 0)$ este simetricul punctului $P(3, 0)$ față de punctul $O$ $g(-3) = 0 \Leftrightarrow -3m + 9 = 0$ , deci $m = 3$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>5.</b>	$E(x) = \left( \frac{x(x-1)}{(x-1)(x-3)} - \frac{3}{x-3} - \frac{x}{x+1} \right) \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} =$ $= \left( 1 - \frac{x}{x+1} \right) \cdot \frac{x+1}{1} = \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x+1}{1} = 1$ , pentru orice $x$ număr real, $x \neq -1$ , $x \neq 1$ și $x \neq 3$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	a) $\cos(\sphericalangle DAM) = \frac{AM}{AD}$	<b>2p</b>
	$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AM}{24} \Rightarrow AM = 12\sqrt{2} \text{ m}$	<b>3p</b>

	<p><b>b)</b> <math>AB = 36\sqrt{2}</math> m</p> <p><math>m(\sphericalangle BAE) = m(\sphericalangle ABE) = 45^\circ \Rightarrow \triangle ABE</math> dreptunghic isoscel, deci <math>d(E, AB) = \frac{AB}{2} = 18\sqrt{2}</math> m</p> <p><math>A_{\triangle AEB} = \frac{36\sqrt{2} \cdot 18\sqrt{2}}{2} = 648 \text{ m}^2</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>\triangle ABE</math> este isoscel și <math>EP</math> este mediană, deci <math>EP \perp AB</math></p> <p><math>\triangle ABD \cong \triangle BAC \Rightarrow \sphericalangle ABD \cong \sphericalangle BAC \Rightarrow \triangle AOB</math> este isoscel și <math>OP</math> este mediană, deci <math>OP \perp AB</math></p> <p>de unde obținem că punctele <math>P</math>, <math>O</math> și <math>E</math> sunt coliniare</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>V_{ABCD A' B' C' D'} = AB^2 \cdot AA' =</math> <math>= 4^2 \cdot 2\sqrt{2} = 32\sqrt{2} \text{ cm}^3</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>DO = \frac{BD}{2} = 2\sqrt{2}</math> cm</p> <p><math>\triangle D' DO</math> este dreptunghic în <math>D</math>, deci <math>D'O = 4</math> cm</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>BC' \parallel AD'</math>, deci <math>m(\sphericalangle(BC', EO)) = m(\sphericalangle(AD', EO))</math></p> <p><math>AD' = D'C = 2\sqrt{6}</math> cm, <math>D'O</math> mediană în triunghiul isoscel <math>D'AC \Rightarrow D'O \perp AO</math>, deci</p> <p><math>OF = \frac{AO \cdot D'O}{AD'} = \frac{4\sqrt{3}}{3}</math> cm, unde <math>OF \perp AD'</math>, <math>F \in AD'</math></p> <p><math>\triangle EOF</math> este dreptunghic, deci <math>\sin(\sphericalangle(AD', EO)) = \sin(\sphericalangle AEO) = \frac{OF}{OE} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}</math></p>	<p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p> <p><b>2p</b></p>

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2018 - 2019**  
**Matematică**

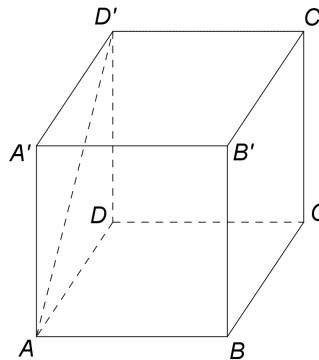
Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Rezultatul calculului  $18+18:6$  este egal cu ....
- 5p** 2. Dacă  $\frac{x}{4} = \frac{5}{2}$ , atunci numărul  $x$  este egal cu ....
- 5p** 3. Cel mai mare număr par din mulțimea  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  este egal cu ....
- 5p** 4. Punctele  $D, E$  și  $F$  sunt mijloacele laturilor triunghiului  $ABC$ . Dacă  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$  și  $AC = 10\text{cm}$ , atunci perimetrul triunghiului  $DEF$  este egal cu ... cm.
- 5p** 5. În *Figura 1* este reprezentat un cub  $ABCA'B'C'D'$ . Măsura unghiului determinat de dreptele  $AD'$  și  $BB'$  este egală cu ...°.



*Figura 1*

- 5p** 6. În tabelul următor sunt prezentate informații referitoare la țările reprezentate într-un proiect internațional și la numărul de participanți din fiecare țară.

Țara	România	Italia	Franța	Olanda	Spania	Polonia
Număr de participanți	15	8	10	5	3	9

Conform tabelului, procentul reprezentat de numărul de participanți din Franța, din numărul total de participanți este ...%.

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

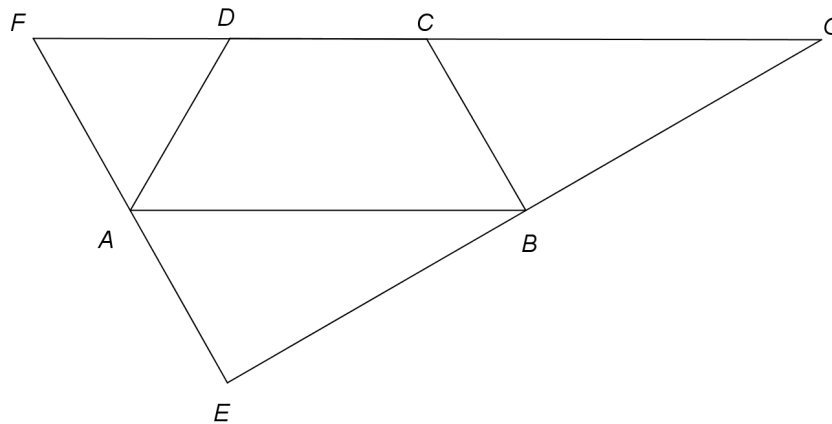
**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Desenați, pe foaia de examen, o piramidă patrulateră regulată de vârf  $V$  și bază  $ABCD$ .
- 5p** 2. Arătați că media aritmetică a numerelor  $a = (2 + \sqrt{3})^2$  și  $b = 7 - \frac{12}{\sqrt{3}}$  este egală cu 7.
- 5p** 3. Dacă elevii unei clase se așază câte trei în bancă, rămân patru bănci libere, iar dacă se așază câte doi în bancă, un elev rămâne singur în bancă și nu rămân bănci libere. Determinați numărul de bănci din această clasă.
4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + 6$ , unde  $a$  este număr real nenul.
- 5p** a) Pentru  $a = -2$ , reprezentați grafic funcția  $f$  într-un sistem de coordonate  $xOy$ .
- 5p** b) În sistemul de coordonate  $xOy$  se consideră  $A$  și  $B$ , punctele de intersecție a graficului funcției  $f$  cu axele  $Ox$ , respectiv  $Oy$ . Determinați numerele reale  $a$ , știind că  $\text{tg}(\sphericalangle OAB) = 2$ .
- 5p** 5. Se consideră expresia  $E(x) = \left( \frac{x+1}{x-3} - \frac{x^2+3x+2}{x^2+4x+3} - \frac{1}{9-x^2} \right) : \frac{x+2}{x^2-9}$ , unde  $x$  este număr real,  $x \neq -3$ ,  $x \neq -2$ ,  $x \neq -1$  și  $x \neq 3$ . Determinați numărul real  $m$ , știind că  $E(m) = 2m + 1$ .

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

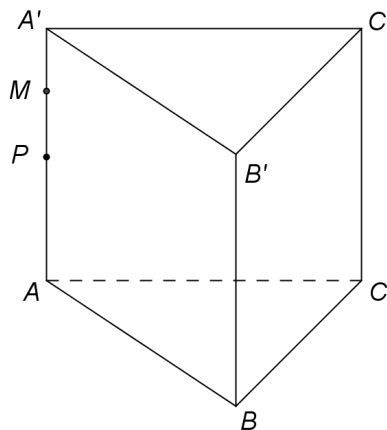
1. În *Figura 2* este reprezentat un trapez  $ABCD$  cu  $AB \parallel CD$ ,  $BC = CD = AD = 6\text{cm}$  și  $AB = 12\text{cm}$ . Punctul  $E$  este simetricul punctului  $D$  față de dreapta  $AB$ , iar  $F$  și  $G$  sunt punctele de intersecție a dreptei  $CD$  cu dreptele  $EA$ , respectiv  $EB$ .



*Figura 2*

- 5p** a) Arătați că perimetrul trapezului  $ABCD$  este egal cu  $30\text{cm}$ .  
**5p** b) Demonstrați că triunghiul  $ADF$  este echilateral.  
**5p** c) Demonstrați că dreptele  $EF$  și  $EG$  sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentată o prismă dreaptă  $ABCA'B'C'$  cu baza triunghiul echilateral  $ABC$ ,  $AB = 10\text{cm}$  și  $AA' = 12\text{cm}$ . Punctul  $M$  este situat pe muchia  $AA'$  astfel încât  $AM = 9\text{cm}$  și punctul  $P$  este mijlocul muchiei  $AA'$ .



*Figura 3*

- 5p** a) Arătați că aria laterală a prisme  $ABCA'B'C'$  este egală cu  $360\text{cm}^2$ .  
**5p** b) Arătați că distanța de la punctul  $M$  la dreapta  $BC$  este egală cu  $2\sqrt{39}\text{cm}$ .  
**5p** c) Demonstrați că dreapta  $PO$  este paralelă cu planul  $(MBC)$ , unde punctul  $O$  este centrul cercului circumscris triunghiului  $ABC$ .

**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2018 - 2019**

**Matematică**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Model

- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al II-lea și SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	21	5p
2.	10	5p
3.	6	5p
4.	12	5p
5.	45	5p
6.	20	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	Desenează piramida patrulateră regulată Notează piramida patrulateră regulată	4p 1p
2.	$a = 7 + 4\sqrt{3}$ $b = 7 - 4\sqrt{3} \Rightarrow m_a = \frac{7 + 4\sqrt{3} + 7 - 4\sqrt{3}}{2} = 7$	2p 3p
3.	$3(b - 4) = 2(b - 1) + 1$ , unde $b$ este numărul de bănci $b = 11$	3p 2p
4.	a) Reprezentarea unui punct care aparține graficului funcției $f$ Reprezentarea altui punct care aparține graficului funcției $f$ Trasarea graficului funcției $f$	2p 2p 1p
	b) $OA = \left  -\frac{6}{a} \right $ , $OB = 6$ $\triangle AOB$ este dreptunghic în $O$ , deci $\frac{OB}{OA} = \operatorname{tg}(\sphericalangle OAB) = 2$ , de unde obținem $a = -2$ sau $a = 2$	2p 3p
5.	$E(x) = \left( \frac{x+1}{x-3} - \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(x-3)(x+3)} \right) \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{x+2} =$ $= \frac{(x+1)(x+3) - (x+2)(x-3) + 1}{(x-3)(x+3)} \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{x+2} = \frac{5x+10}{x+2} = 5$ , pentru orice $x$ număr real,	2p 2p
	$x \neq -3$ , $x \neq -2$ , $x \neq -1$ și $x \neq 3$ $2m + 1 = 5 \Rightarrow m = 2$ , care convine	1p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD =$ $= 12 + 6 + 6 + 6 = 30\text{cm}$	3p 2p
----	---	----------

	<p><b>b)</b> <math>\{M\} = AB \cap DE \Rightarrow \triangle AMD</math> este dreptunghic în <math>M</math> cu <math>AD = 6\text{cm}</math> și, cum <math>ABCD</math> este trapez isoscel, deci <math>AM = \frac{AB - CD}{2} = 3\text{cm}</math>, obținem <math>m(\sphericalangle DAM) = 60^\circ</math></p> <p><math>E</math> este simetricul lui <math>D</math> față de dreapta <math>AB \Rightarrow \sphericalangle DAM \equiv \sphericalangle EAM</math>, deci <math>m(\sphericalangle EAM) = 60^\circ</math> și, cum punctele <math>E</math>, <math>A</math> și <math>F</math> sunt coliniare, obținem <math>m(\sphericalangle DAF) = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ</math></p> <p><math>AB \parallel DC</math> și unghiurile <math>\sphericalangle ADF</math> și <math>\sphericalangle DAM</math> sunt alterne interne, deci <math>m(\sphericalangle ADF) = 60^\circ</math>, de unde obținem că triunghiul <math>ADF</math> este echilateral</p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>\triangle BCD</math> este isoscel și <math>m(\sphericalangle BCD) = 120^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle CBD) = 30^\circ</math>, deci <math>m(\sphericalangle ABD) = 30^\circ</math> și, cum <math>E</math> este simetricul lui <math>D</math> față de dreapta <math>AB \Rightarrow m(\sphericalangle ABE) = 30^\circ</math></p> <p><math>m(\sphericalangle AEB) = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ</math>, deci <math>EF \perp EG</math></p>	<p><b>3p</b></p> <p><b>2p</b></p>
<b>2.</b>	<p><b>a)</b> <math>\mathcal{A}_{\text{laterală}} = P_{\triangle ABC} \cdot AA' =</math> <math>= 3 \cdot 10 \cdot 12 = 360\text{cm}^2</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>
	<p><b>b)</b> <math>MA \perp (ABC)</math>, <math>MN \perp BC</math>, unde <math>N \in BC</math> și <math>BC \subset (ABC)</math>, deci <math>AN \perp BC</math></p> <p><math>AN</math> este înălțime în triunghiul echilateral <math>ABC \Rightarrow AN = 5\sqrt{3}\text{cm}</math></p> <p><math>d(M, BC) = MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = 2\sqrt{39}\text{cm}</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>1p</b></p> <p><b>2p</b></p>
	<p><b>c)</b> <math>AP = 6\text{cm}</math> și <math>AM = 9\text{cm} \Rightarrow \frac{AP}{AM} = \frac{2}{3}</math> și, cum <math>\frac{AO}{AN} = \frac{2}{3}</math>, obținem <math>\frac{AP}{AM} = \frac{AO}{AN}</math></p> <p><math>PO \parallel MN</math> și, cum <math>MN \subset (MBC)</math>, obținem <math>PO \parallel (MBC)</math></p>	<p><b>2p</b></p> <p><b>3p</b></p>